

Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial
CENTRO DE EXPERIENCIAS HIDRODINÁMICAS DE EL PARDO (CEHIPAR)

Publicación núm. 229

**EL ENSAYO DE AUTOPROPULSIÓN. UNA
NUEVA VISIÓN DE UN ENSAYO CLÁSICO
EN LOS CANALES DE EXPERIENCIAS.**

Juan Manuel Ponce Gómez

Dr. Ing. Naval

MADRID

OCTUBRE de 2021

INTRODUCCIÓN

La experimentación con modelos físicos ha sido tradicionalmente la actividad básica de los Canales de Experiencias. Los continuos avances de los sistemas informáticos hacen que simulaciones numéricas CFD tengan un futuro prometedor. No obstante, en la actualidad, ensayar con modelos es el procedimiento más fiable para obtener valores numéricos de los parámetros fundamentales de la propulsión de un buque, de acuerdo con procedimientos recomendados por la ITTC¹

En lo que se refiere a la realización práctica de las técnicas experimentales, la ITTC tiene también algunas recomendaciones. No obstante, son algo genéricas y no tienen en cuenta muchos aspectos prácticos. Por ello, cada canal tiene su propia forma de realizar los ensayos de acuerdo con los procedimientos recomendados. No obstante, se dan por buenos métodos experimentales que vienen siendo utilizados durante años y se presta más atención a la mejora de los procedimientos de extrapolación.

En este artículo se hace una revisión de la metodología utilizada, tradicionalmente, para la realización del ensayo de autopropulsión. Se presenta un criterio para valorar su calidad y también, un procedimiento experimental que simplifica notablemente su realización y que, a su vez, aumenta notablemente la fiabilidad del ensayo.

EL FENÓMENO FÍSICO

En el ensayo de autopropulsión se obtienen un conjunto de parámetros y coeficientes de la propulsión del modelo de un buque, cuando está propulsado por su hélice.

El fenómeno es complejo. La carena modifica la velocidad de entrada del agua al propulsor. Éste, a su vez, acelera el flujo e interacciona con la popa y el timón. La hélice actúa en el campo de velocidades cuya distribución no es sencillo conocer, sin recurrir a sofisticados sistemas no intrusivos LDA² o PIV³, disponibles en el CEHIPAR, cuya utilización es compleja y exige muchos recursos, aunque es posible obtener el campo de velocidades, fácilmente, en ausencia del propulsor.

El flujo en la popa es viscoso, tridimensional, turbulento y en bastantes ocasiones la rotacionalidad es importante. El modelo físico del buque, formado por la carena y el propulsor, actúa como un computador analógico que integra los campos de presiones que actúan sobre las superficies y cuyas resultantes son las medidas de los dinamómetros de remolque y autopropulsión, que permiten obtener los parámetros básicos del ensayo.

Dado que, a presión atmosférica y en agua, no es posible ensayar a igualdad de números de Reynolds y Froude simultáneamente, el flujo sobre la carena tiene una componente laminar importante, aunque se utilicen estimuladores de turbulencia. Este fenómeno es

¹ International Towing Tank Conference.

² Laser Doppler Anemometry.

³ Particle Image Velocimetry

especialmente evidente en la popa, puesto que el número de Reynolds local es mucho más bajo que el del buque, puesto que el modelo es un objeto de menor longitud que el buque real, estando ambos sumergidos en fluidos similares. Por ello, el empuje que debe proporcionar el propulsor del modelo es más elevado. Para evitar que la hélice trabaje en régimen de sobrecarga y obtener el punto de funcionamiento correspondiente al buque, se introduce el concepto de deducción de fricción, fuerza externa que se aplica para compensar este efecto.

Por otro lado, el propulsor modifica el flujo local en la popa, acelerándolo aguas arriba, por lo que el empuje medido es superior a la resistencia de remolque a la misma velocidad. Los fenómenos de interacción entre la hélice y la carena no son sencillos de modelizar numéricamente, por lo que aún es imprescindible efectuar ensayos con modelos físicos.

REALIZACIÓN PRÁCTICA DEL ENSAYO DE AUTOPROPULSIÓN

En el CEHIPAR, se utiliza el llamado procedimiento de sobrecarga, denominado también método “ingles”. El modelo está unido al dinamómetro de remolque, situado en el carro remolcador, a través de una barra ligera, con articulaciones en sus extremos. El desplazamiento lateral del modelo está restringido por un sistema mecánico, los indicadores de asiento, que permiten la medida del trimado dinámico a proa y popa del modelo y solamente restringen los movimientos laterales y de guiñada.

Para cada velocidad de avance del modelo, que coincide con la del carro remolcador V , se dan tres puntos de velocidad de giro del propulsor o “vueltas” y se registran las medidas de los dinamómetros de remolque y de autopropulsión. Es decir, la fuerza total F , el empuje proporcionado por el propulsor T , el par que absorbe Q y el régimen de revoluciones n .

Una vez concluida cada carrera a velocidad uniforme, se interpola con el valor de la deducción de fricción teórica F_D , calculada para esa velocidad de acuerdo con formulación de la ITTC⁴. De esta forma se obtiene el régimen de revoluciones correspondiente n , así como el par Q y el empuje T para esas vueltas. Obsérvese que, en la práctica habitual del CEHIPAR, los timones están instalados en el ensayo.

⁴ ITTC – Recommended Procedures. Testing and Extrapolation Methods Propulsion, Performance Propulsion Test. 7.5-02-03-01.1.

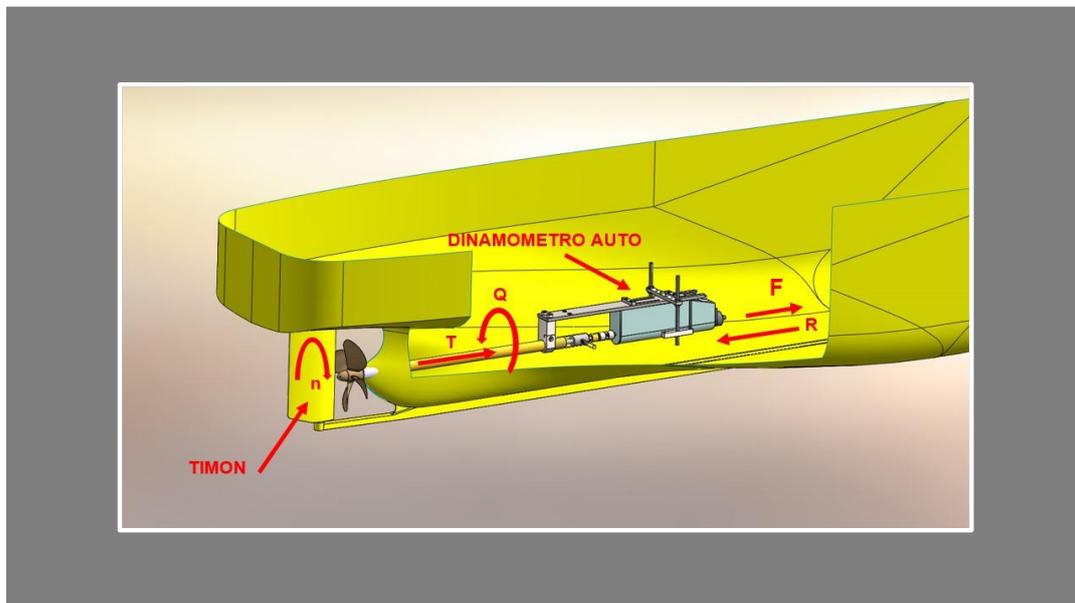


Figura 1

En la Figura 1 se muestra, además, la resistencia de remolque R , pero no está representado el dinamómetro de remolque que mide la fuerza F . Es la configuración típica de un modelo en un ensayo de autopropulsión de un modelo con una hélice.

Son varios los aspectos prácticos que hay que tener en cuenta, dando por supuesto que el modelo está correctamente situado en su calado y trimados estáticos, por ejemplo:

- Temperatura del ensayo.
- Estimuladores de turbulencia empleados en la carena y en los apéndices.
- Grado de turbulencia residual en el Canal.
- Rozamiento del eje propulsor en sus apoyos, “pérdidas” en el argot del CEHIPAR.
- Calibraciones de los equipos de medidas.

Los procedimientos de calibración y verificación de los equipos de medida no son objeto de este artículo. Se da por hecho que los sistemas de medida funcionan adecuadamente y están bien calibrados. En el estado actual de la técnica, esto se puede conseguir con bastante facilidad. El resto de los factores han de ser controlados con una buena práctica experimental, conociendo la problemática asociada a cada uno de ellos.

TÉCNICAS DE MEDIDA

Sin ser excesivamente complejo, al menos en un buque de un solo propulsor, el ensayo de autopropulsión requiere cierta pericia en su ejecución, por lo que debe ser realizado por personas que tengan suficientes conocimientos teóricos en el campo de la teoría del buque, en instrumentación y en informática. También es preciso tener destreza en su ejecución. Contar con personas en las que se dé la simultaneidad de todas estas condiciones no es tarea fácil, puesto que exige una preparación multidisciplinar. Por lo

tanto, es conveniente disponer de criterios o metodologías que permitan valorar la calidad del ensayo de autopropulsión y detectar la presencia de posibles problemas hidrodinámicos. De no ser así, esto puede tener graves consecuencias económicas, sobre todo si se detectan en las pruebas de mar de un buque recién construido.

Las técnicas de adquisición de datos han sufrido una gran evolución con el paso de los años. Hace 35 años ya se disponía de unos magníficos dinamómetros de autopropulsión, Figura 2. No obstante, los amplificadores de extensometría eran bastante primitivos y solamente tenían salidas analógicas para registradores de papel.

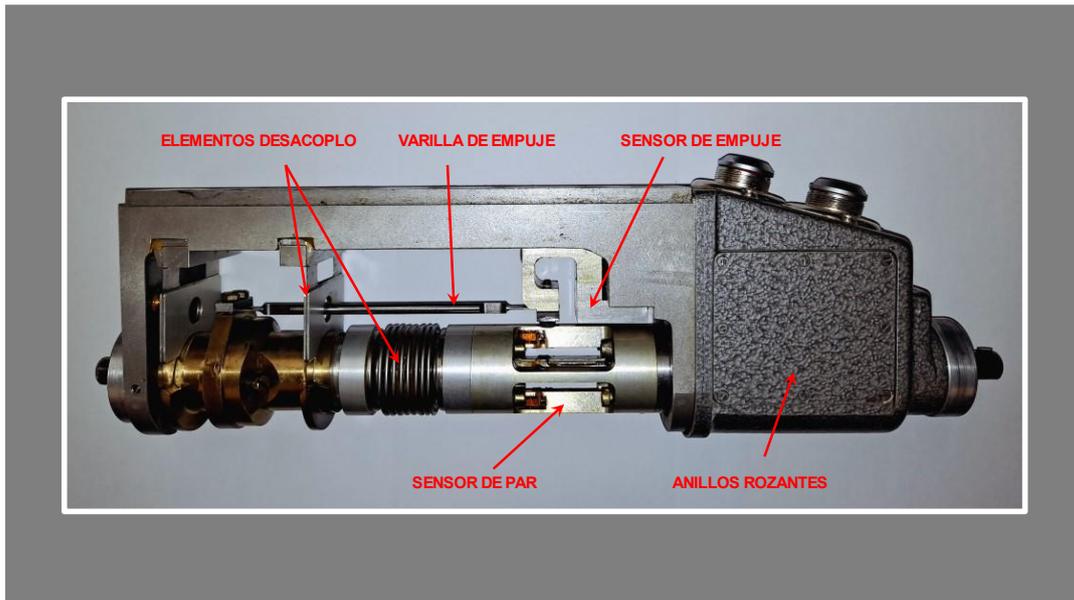


Figura 2

En el CRAT⁵, en aquella época, se realizaba un preanálisis de los ensayos utilizando papel milimetrado. Se interpolaba con el valor de la deducción de fricción teórica con una simple calculadora y realizando un ajuste lineal de los valores de F medidos en los tres puntos de revoluciones. Con objeto de reducir el error en este proceso, se trataba de que las vueltas estuvieran próximas a la correspondiente a la deducción de fricción teórica.

Con el paso de los años los sistemas fueron modernizados. Actualmente, aunque se siguen utilizando los mismos dinamómetros, se emplean amplificadores de extensometría digitales, con convertidores analógicos/digitales de muy alta resolución, con precisión casi de metrología y conectados en red local a los ordenadores de análisis.

Los errores de medida relacionados con la instrumentación pueden considerarse, a efectos prácticos despreciables, puesto que están por debajo del 0.1%. Estos equipos han facilitado enormemente la automatización de los ensayos, mediante aplicaciones informáticas desarrolladas a tal fin.

⁵ Carro Remolcador del canal de Aguas Tranquilas.

En su día, tras valorar la conveniencia de utilizar un formato de base de datos para registrar los datos “brutos” de los ensayos, se decidió utilizar hojas de cálculo como salida estándar. Esta decisión fue todo un acierto, puesto que la compatibilidad ascendente de los ficheros generados está garantizada con el paso del tiempo. Aún es posible visualizar, sin problemas, ficheros de ensayos generados hace muchos años. Tanto es así, que el acceso a esta información ha permitido desarrollar este estudio.

Aunque se pueda pensar que es anacrónico, en el CRAT se continúa utilizando el Sistema Técnico de Unidades. Puesto que resulta mucho más intuitivo para las personas que realizan los ensayos y tienen una percepción más clara del orden de magnitud de las fuerzas y de los momentos. En ocasiones, esto puede ser fundamental para evitar sobrecargas que originen averías en los equipos de medida, especialmente en las varillas de empuje de los dinamómetros y en los fuelles de desacoplamiento.

Para llevar a cabo las calibraciones, el CEHIPAR dispone de un conjunto de masas patrón. Están referenciadas a otros patrones primarios de un laboratorio con acreditación AENOR, por lo que están calibradas de acuerdo con el SI⁶ de unidades. Por ello, para pasar las medidas de fuerza del Sistema Técnico al SI, que es el empleado en los informes finales, es preciso utilizar el valor de la aceleración de la gravedad local del Centro⁷, $g = 9,7998 \text{ m/s}^2$, medido en su día por el IGN⁸ y no la indicada en la norma ISO 80000 en su anexo C, $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$. La diferencia es irrelevante a efectos prácticos, un 0.07%. Se trata de un tema conceptual, pero no hacerlo aumenta la incertidumbre de las medidas.

Por lo tanto, hay que tener en cuenta que, en este artículo y puesto que solamente se han utilizado datos “brutos” de ensayo, las unidades de fuerza están en *kg*, los pares en *kg – cm*, las velocidades en *m/s*, salvo que se indique que están en *nudos*. La velocidad de giro de los ejes está expresada en revoluciones por segundo.

No se muestran las unidades de los ejes intencionadamente, puesto que los gráficos son meramente ilustrativos. Están obtenidos de ensayos diferentes y algunos con ninguna relación entre sí. Por otro lado, no hay ninguna referencia al factor de escala de los ensayos, ni la situación de carga del modelo, por lo que no es posible obtener ningún dato relevante a partir de los gráficos y tablas presentados.

PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL ENSAYO

Los resultados del ensayo de autopropulsión se presentan habitualmente en forma de tablas, Figura 3. Para un modelo de un solo propulsor y para cada velocidad, se muestra una tripleta de regímenes de revoluciones n_1 , n_2 y n_3 , los valores del par Q_1 , Q_2 y Q_3 los empujes medidos T_1 , T_2 y T_3 y las lecturas del dinamómetro de remolque F_1 , F_2 y F_3 . En la tabla se incluyen también los valores de la deducción teórica F_D y el de los valores interpolados correspondientes n_c , Q_c y T_c denominados, tradicionalmente, valores

⁶ Sistema Internacional.

⁷ MANUEL LÓPEZ ACEVEDO. SEMEJANZA MECÁNICA Y EXPERIMENTACIÓN CON MODELOS DE BUQUES. TABLAS. 1943.

⁸ INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL.

“calculados”. Es preciso efectuar una aclaración, en la tabla aparecen también otros valores que tienen como cabecera T_n y Q_n , son los valores de las medidas a los que se ha restado el valor de la “pérdida”. Son realmente los que habría que utilizar para obtener los valores “calculados”. Más adelante se tratará este concepto. Además, figuran los asientos dinámicos, a proa y popa del modelo y el ángulo de asiento.

▲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Carrera	Pto.	t1 (s)	t2 (s)	V (m/s)	n (rps)	nc (rps)	F(kg)	Fd (kg)	Q (kg·cm)	Qc(kg·cm)	Qn (kg·cm)	T (kg)	Tc (kg)	Tn (kg)	Apr (mm)	App (mm)	Trim (°)
2	E00000-1	1	58.9	84.6	1.497	7.554	7.259	0.339	0.649	10.494	9.367	10.544	2.640	2.305	2.607	-11.670	-6.810	-0.090
3	E00000-1	2	104.7	123.4	1.497	8.115	7.259	-0.327	0.649	12.977	9.367	13.026	3.313	2.305	3.280	-11.670	-6.810	-0.090
4	E00000-1	3	152.5	173.9	1.497	6.948	7.259	0.989	0.649	8.032	9.367	8.082	2.003	2.305	1.970	-11.670	-6.810	-0.090
5	E00000-2	4	36.5	54.4	1.670	8.558	8.198	0.388	0.779	13.276	11.885	13.325	3.334	2.936	3.301	-15.310	-8.730	-0.130
6	E00000-2	5	74.5	92.7	1.670	9.243	8.198	-0.537	0.779	16.653	11.885	16.701	4.242	2.936	4.208	-15.310	-8.730	-0.130
7	E00000-2	6	112.7	131.4	1.670	7.998	8.198	0.993	0.779	11.037	11.885	11.086	2.766	2.936	2.733	-15.310	-8.730	-0.130
8	E00000-3	7	40.5	62.8	1.777	9.076	8.904	0.667	0.864	15.170	14.449	15.218	3.843	3.610	3.810	-16.090	-10.510	-0.110
9	E00000-3	8	81.5	98.8	1.777	9.757	8.904	-0.398	0.864	18.907	14.449	18.955	4.855	3.610	4.821	-16.090	-10.510	-0.110
10	E00000-3	9	120.2	137.8	1.777	8.438	8.904	1.511	0.864	12.039	14.449	12.088	3.013	3.610	2.980	-16.090	-10.510	-0.110
11	E00000-4	10	37.7	49.4	1.890	9.799	9.743	0.800	0.957	18.217	17.660	18.265	4.640	4.436	4.606	-16.970	-14.280	-0.050
12	E00000-4	11	66.3	88.2	1.890	10.345	9.743	0.125	0.957	20.656	17.660	20.703	5.263	4.436	5.229	-16.970	-14.280	-0.050
13	E00000-4	12	109.2	124.7	1.890	9.490	9.743	1.363	0.957	16.086	17.660	16.134	4.062	4.436	4.028	-16.970	-14.280	-0.050
14	E00000-5	13	36.0	46.4	2.057	11.184	10.860	0.434	1.102	24.590	22.183	24.636	6.311	5.596	6.276	-21.000	-19.340	-0.030
15	E00000-5	14	65.7	73.3	2.057	10.798	10.860	1.398	1.102	21.147	22.183	21.194	5.337	5.596	5.303	-21.000	-19.340	-0.030
16	E00000-5	15	92.3	112.9	2.057	10.386	10.860	1.874	1.102	19.255	22.183	19.302	4.856	5.596	4.822	-21.000	-19.340	-0.030

V (m/s)	n (rps)	nc (rps)	F(kg)	Fd (kg)	Q (kg·cm)	Qc(kg·cm)	Qn (kg·cm)	T (kg)	Tc (kg)	Tn (kg)	Apr (mm)	App (mm)	Trim (°)
2.057	11.184	10.860	0.434	1.102	24.590	22.183	24.636	6.311	5.596	6.276	-21.000	-19.340	-0.030
2.057	10.798	10.860	1.398	1.102	21.147	22.183	21.194	5.337	5.596	5.303	-21.000	-19.340	-0.030
2.057	10.386	10.860	1.874	1.102	19.255	22.183	19.302	4.856	5.596	4.822	-21.000	-19.340	-0.030

Figura 3

También se representan gráficamente, en función de la velocidad en nudos, los valores de n_c , Q_c y T_c . En ocasiones, cuando había algún valor que se apartaba de la tendencia se solía repetir el punto de ensayo. Generalmente, estos nuevos valores aportaban más incertidumbre, que se traducían en una pérdida de tiempo y en una frustración si no se detectaba la causa del problema.

NUEVO CRITERIO DE CALIDAD

Tradicionalmente se han utilizado los coeficientes de succión t y estela w para valorar la calidad del ensayo, comparando los coeficientes obtenidos con los de otros buques similares.

Este procedimiento tiene el inconveniente de que utiliza exclusivamente los valores interpolados con la deducción de fricción teórica F_D . No tiene en cuenta las medidas realizadas con los otros regímenes de revoluciones, por lo que existe una pérdida de información sustancial. Además, requiere haber realizado con anterioridad los ensayos de remolque y de propulsor aislado. Por otro lado, es conocido que el grado de ajuste polinómico del ensayo de remolque tiene mucha importancia en el cálculo del coeficiente de succión. Sí se utilizan grados de ajuste polinomial relativamente bajos, se observan oscilaciones en valor de t que carecen de sentido físico, son puro “ruido matemático”.

Por estas razones, se ha desarrollado un nuevo procedimiento, que utiliza todos los datos brutos de ensayo y que, además, permite monitorizar el ensayo durante su ejecución.

Este nuevo criterio tuvo su origen en el análisis de las relaciones entre los parámetros medidos. Ha sido verificado en multitud de ensayos, tanto en modelos de uno como de dos propulsores. También en sistemas de propulsión tipo POD.

En una primera aproximación, es bastante razonable y lógico pensar que, a una velocidad de avance constante, al cambiar el régimen de giro del propulsor n , la medida del dinamómetro de remolque F debería tener una dependencia lineal con el empuje medido T . Efectivamente esto es así, Figura 4. Cada recta corresponde a una velocidad de ensayo V diferente.

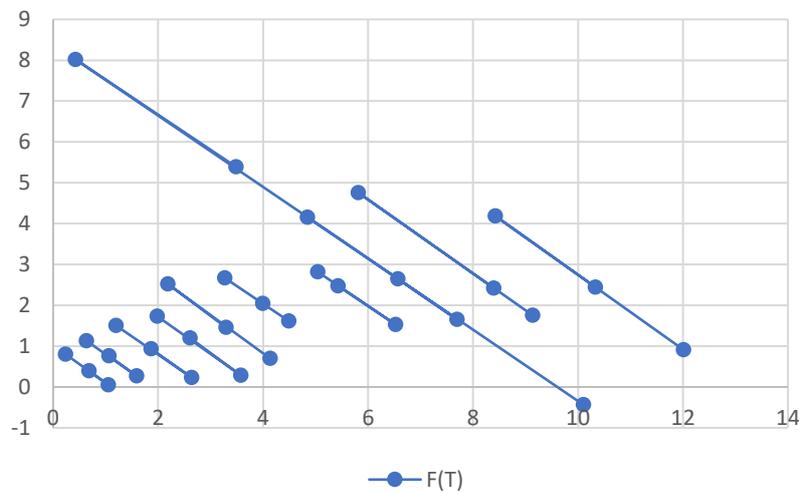


Figura 4

Por lo tanto, lógicamente T también tendrá una dependencia lineal de F , como se muestra en la Figura 5.

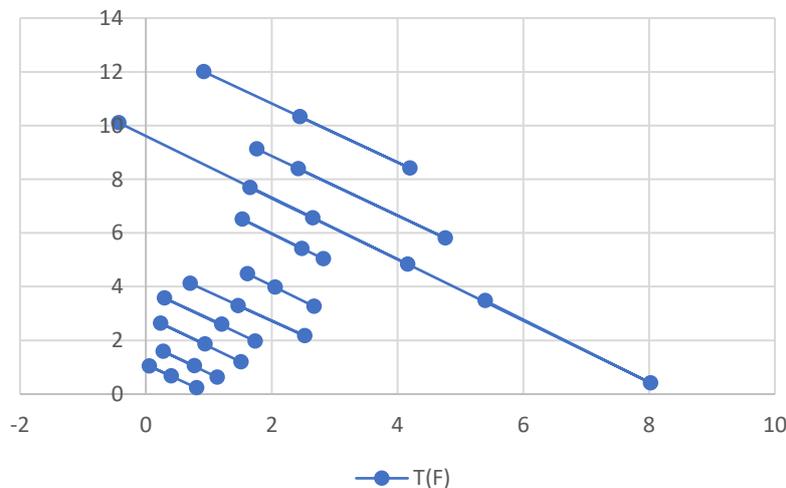


Figura 5

Se ha comprobado que también sucede lo mismo con el valor del par Q . Figura 6.

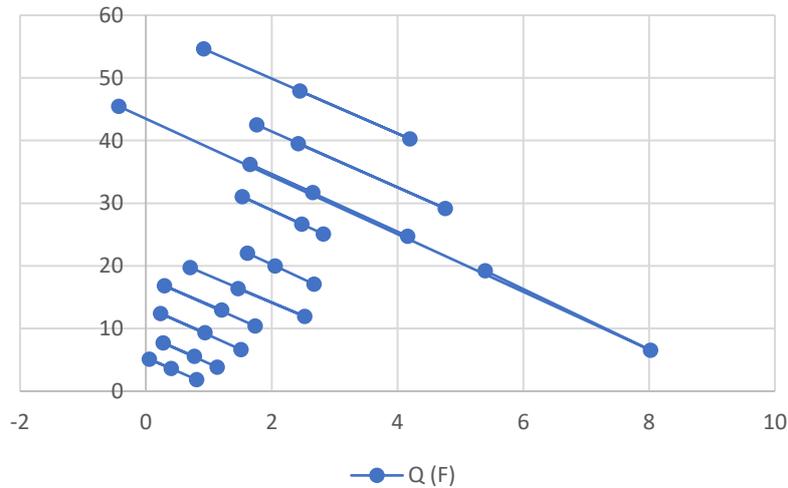


Figura 6

Esto es coherente con el hecho de que se considera la relación T/Q constante. Sin embargo, cuando se trata de aplicar el mismo criterio al régimen de revoluciones del propulsor n , representándolo en función de F , se observa claramente que esta dependencia no es lineal, Figura 7.

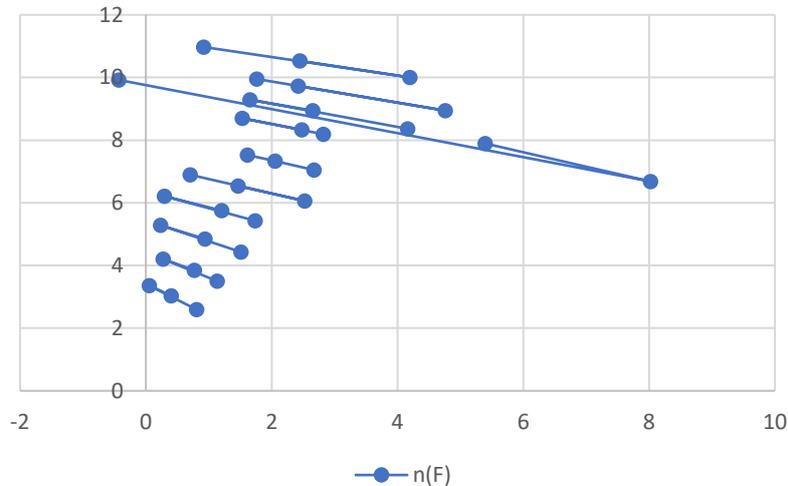


Figura 7

En el ensayo representado, en particular, se amplió el rango de revoluciones del propulsor a una velocidad concreta, obteniendo puntos adicionales aún más separados, por lo que este efecto es mucho más evidente. Los puntos unidos por la misma traza indican que han sido realizados en la misma "carrera" del carro remolcador, por lo que se han efectuado dos carreras a la misma velocidad.

Si nos centramos exclusivamente en estos puntos de ensayo, se observa que esta dependencia es cuadrática y, por lo tanto, la representación de F en función de n también lo es, Figura 8.

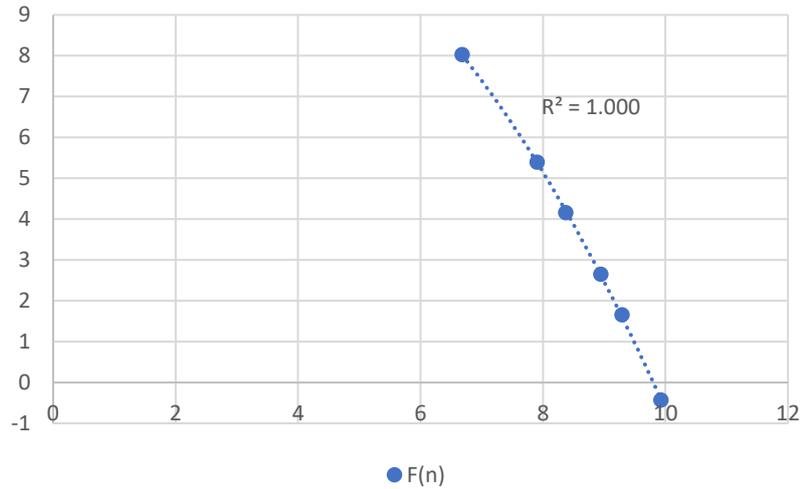


Figura 8

Es posible linealizar esta dependencia cuadrática, representando F en función del cuadrado de las revoluciones n^2 , Figura 9.

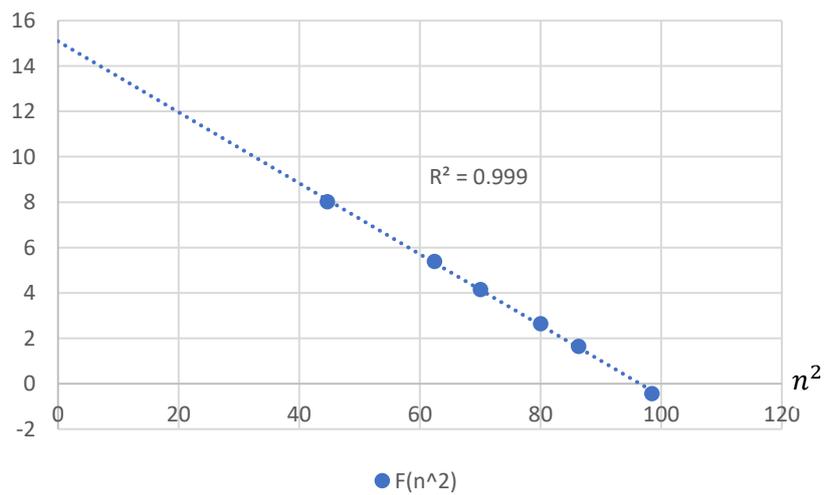


Figura 9

Se puede observar que el ajuste de los puntos, que tienen cierta dispersión experimental, es excelente.

Puede comprobarse que esto también se verifica para T y Q , Figura 10.

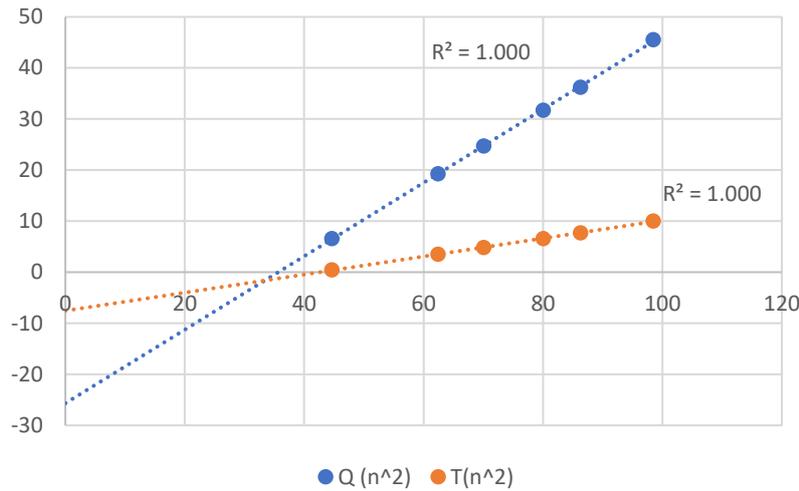


Figura 10

Por ello, la representación de F , T y Q en función de n^2 se revela como el factor clave para valorar la calidad del ensayo, puesto que, si alguno de los valores medidos se aparta de esta linealidad, en principio, debe ser descartado.

En la Figura 11, se muestran las rectas que representan los valores obtenidos en un ensayo de autopropulsión con un modelo de una sola hélice, para cada velocidad y en función de n^2 . La escala de la izquierda corresponde F y T mientras que la derecha es la del par Q . Se observa que el punto de F que corresponde a $n^2 = 100$, aproximadamente, parece estar fuera de la tendencia. Dado que el error en la medida de las revoluciones es prácticamente nulo, puesto que se emplean codificadores angulares en cuadratura de alta resolución, lo más probable es que el error esté en la medida de F . Ese punto debe tener una ordenada menos negativa.

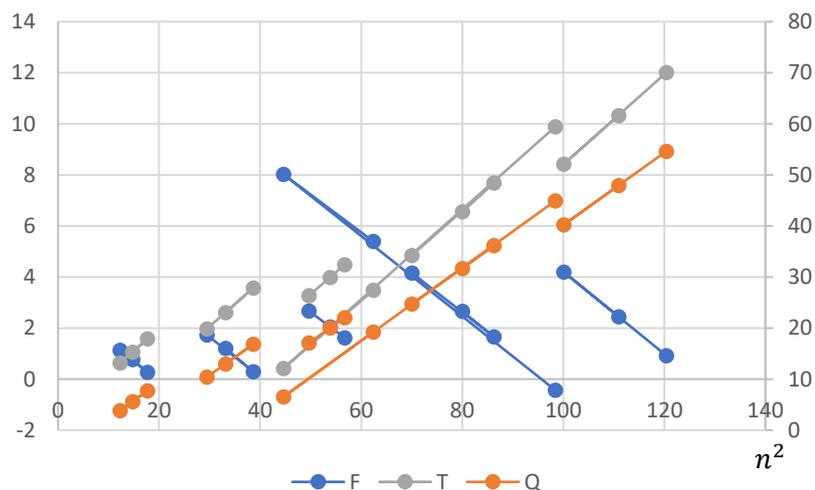


Figura 11

La conclusión fundamental de este razonamiento es que el ensayo de autopropulsión admite una formulación analítica, puesto que las rectas que ajustan F , T y Q en función de n^2 , quedan definidas por las pendientes y por sus ordenadas en el origen:

$$F = m_F n^2 + b_F$$

$$T = m_T n^2 + b_T$$

$$Q = m_Q n^2 + b_Q$$

Obsérvese que, de acuerdo con la Figura 11, m_F , b_T y b_Q son negativas, mientras que m_T , m_Q y b_F son positivas.

El paralelismo de éstas rectas sorprende a primera vista. Es más, sí se representan las pendientes de estas en función de V , Figura 12, se observa que están sobre líneas rectas

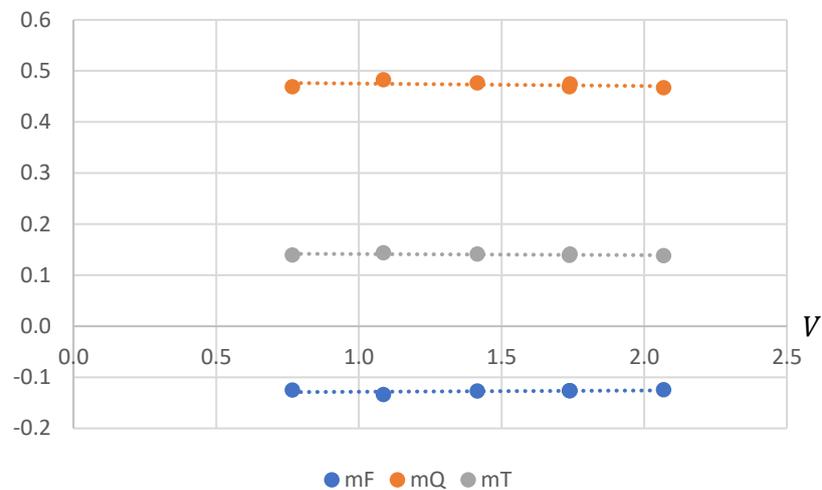


Figura 12

horizontales que ajustan la dispersión de los valores experimentales. Esta pequeña dispersión es debida, como se mencionó al principio, a que, antiguamente, los puntos de revoluciones ensayados generaban valores de F próximos al valor de la deducción de fricción teórica. Al estar estos puntos próximos, el ajuste lineal presenta cierta dispersión, lo que genera este “ruido” experimental.

Si se ensaya ampliando la separación entre los valores de n , se ha comprobado que esta dispersión se reduce considerablemente, esto se traduce en una mejora sustancial de la calidad de las medidas del ensayo, tanto en los valores de las pendientes como en el de las ordenadas en el origen, que obviamente están relacionadas entre sí.

En la Figura 13, se muestra un ensayo con otro modelo de buque en el que este paralelismo es más acusado aún. Se trata de un modelo de dos propulsores. $T1$ y $Q1$ corresponden a la banda de babor $T2$ y $Q2$ a la de estribor. Se puede observar que los valores de las pendientes de $T1$ y $T2$, así como de $Q1$ y $Q2$, están prácticamente superpuestos.

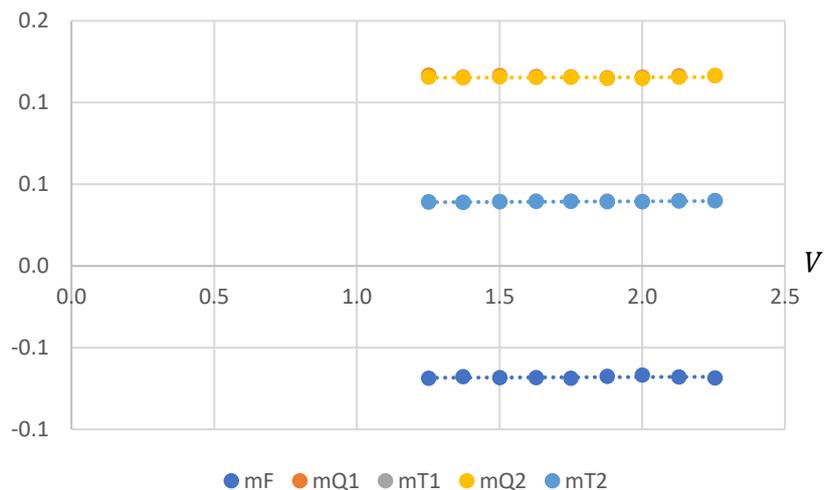


Figura 13

Volviendo al primero de los modelos también se observa que la distancia entre las líneas rectas de cada tipo de parámetro aumenta con la velocidad, por lo que si se representan los valores de las ordenadas en el origen b_F , b_T y b_Q en función de V , tras el análisis de multitud de ensayos, se pone de manifiesto que es posible realizar también un ajuste polinomial de los mismos, en la mayoría de los casos de cuarto orden. Aunque este ajuste puede realizarse en función de velocidad del modelo en m/s o la del buque en *nudos*, resulta más práctico, como se verá posteriormente, utilizar la primera opción, Figura 14.

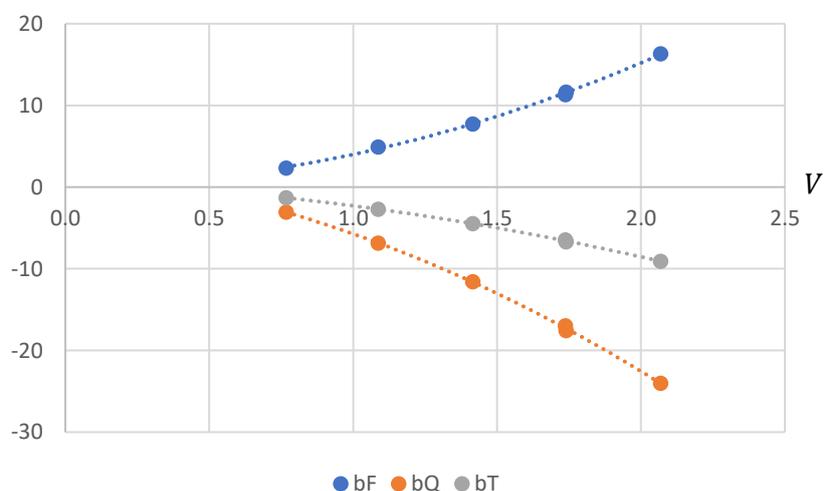


Figura 14

En este gráfico se observa que a la velocidad de $1,75 m/s$, aproximadamente, hay una repetición de un punto de ensayo, que se aparta ligeramente de la tendencia y que queda “alisado” mediante este procedimiento.

Por lo tanto:

$$b_F = b_{F4}V^4 + b_{F3}V^3 + b_{F2}V^2 + b_{F1}V + b_{F0}$$

$$b_T = b_{T4}V^4 + b_{T3}V^3 + b_{T2}V^2 + b_{T1}V + b_{T0}$$

$$b_Q = b_{Q4}V^4 + b_{Q3}V^3 + b_{Q2}V^2 + b_{Q1}V + b_{Q0}$$

Es decir, el ensayo puede expresarse de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} F \\ T \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_F \\ m_T \\ m_Q \end{pmatrix} n^2 + \begin{pmatrix} b_{F4} & b_{F3} & b_{F2} & b_{F1} & b_{F0} \\ b_{T4} & b_{T3} & b_{T2} & b_{T1} & b_{T0} \\ b_{Q4} & b_{Q3} & b_{Q2} & b_{Q1} & b_{Q0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^4 \\ V^3 \\ V^2 \\ V^1 \\ V^0 \end{pmatrix}$$

Donde, m_F , m_T y m_Q son los valores de las pendientes y las constantes b_{Fi} , b_{Ti} y b_{Qi} los coeficientes del ajuste polinómico de b_F , b_T y b_Q en función de las potencias de la velocidad.

Como consecuencia de estas consideraciones se obtiene una conclusión muy importante: el ensayo de autopropulsión en el primer cuadrante, cuando $T > 0$ y $V > 0$, puede ser definido analíticamente en función de n^2 y de V . De esta forma, puede caracterizarse el funcionamiento del propulsor y de la carena en el ensayo de auto, dentro de un amplio margen del rango de revoluciones y velocidades.

De esta forma, se consigue un objetivo múltiple:

- Se tiene un criterio, fácil, para analizar la calidad de ensayo y de la carena.
- Se facilita el proceso de extrapolación, puesto que es más cómodo de procesar.
- Se dispone de un método sencillo para registrar el ensayo de auto, alisado, en la Base de Datos de Ensayos del Centro.

Obviamente, además es posible recalcular fácilmente un ensayo para otros valores de F_D . También es posible obtener valores numéricos a otras velocidades intermedias que no han sido ensayadas. No obstante, este procedimiento no debe ser empleado jamás y bajo ningún concepto para obtener valores numéricos de velocidades superiores a la mayor ensayada.

Aunque en el gráfico solo se muestra el ajuste polinómico en la gama de velocidades del ensayo, se ha comprobado, como se verá más adelante, que las curvas pasan por el origen y que la tangente en este punto es horizontal, Figura 15.

Es decir, se verifica:

$$b_{F0} = b_{T0} = b_{Q0} = 0$$

$$b_{F1} = b_{T1} = b_{Q1} = 0$$

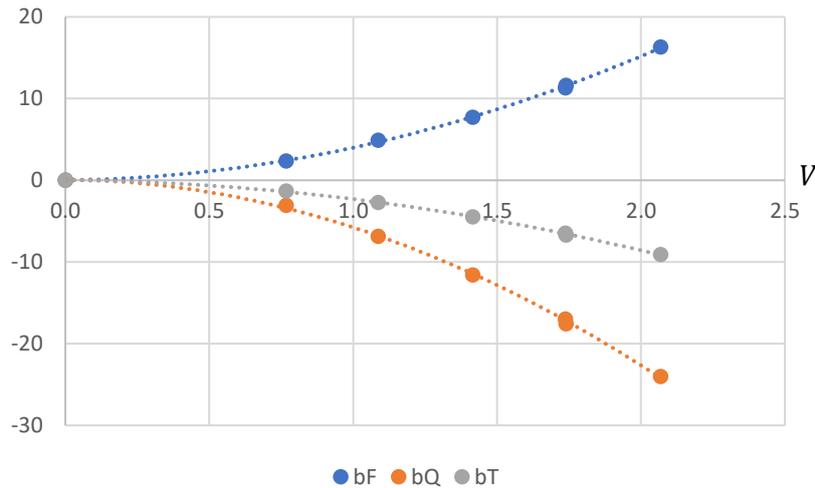


Figura 15

Por lo tanto, se obtienen condiciones adicionales para mejorar el ajuste polinómico en las zonas de velocidad bajas, forzando que éstos coeficientes sean nulos⁹. Es evidente que los valores a estas velocidades, en la práctica, son muy poco relevantes en modelos con hélices de paso fijo, dado que el propulsor suele estar diseñado para la velocidad de servicio, en la que debe absorber un porcentaje elevado de la potencia del motor. Además, para velocidades pequeñas y en los ensayos de auto con modelos, el número de Reynolds del propulsor es bajo, por lo que los pares medidos son pesimistas. Es decir, más elevados.

Aunque se ha comprobado experimentalmente que, en la mayoría de los ensayos, un ajuste de cuarto orden es suficiente. En algún caso es necesario elevar el grado de ajuste de F a grado 5 o 6.

Por lo tanto, en general:

$$\begin{pmatrix} F \\ T \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_F \\ m_T \\ m_Q \end{pmatrix} n^2 + \begin{pmatrix} b_{F4} & b_{F3} & b_{F2} \\ b_{T4} & b_{T3} & b_{T2} \\ b_{Q4} & b_{Q3} & b_{Q2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^4 \\ V^3 \\ V^2 \end{pmatrix}$$

Es decir, un ensayo de autopropulsión de un modelo de un solo propulsor y en el primer cuadrante puede quedar definido por 12 coeficientes.

Para cada velocidad de ensayo, el punto de funcionamiento del propulsor se obtiene para $F = F_D$. Por lo que es posible obtener fácilmente el valor de valor de n_c^2 y, en consecuencia, los valores de n_c , Q_c y T_c correspondientes:

$$n_c^2 = \frac{F_D - b_F}{m_F}$$

$$Q_c = m_Q n_c^2 + b_Q$$

⁹ <http://polynomialregression.drque.net/online.php>

$$T_c = m_T n_c^2 + b_T$$

Un punto de especial interés es aquel en el que $F_D = 0$, es decir, no se aplica deducción de fricción. Corresponde al punto de funcionamiento del propulsor en ensayo de maniobrabilidad con modelo libre. Los valores de n_c , Q_c y T_c , obtenidos de esta forma, permiten determinar los datos de la propulsión del modelo para estos ensayos de una forma sencilla. Estos valores son más elevados, a igualdad de velocidad, que los que corresponden al ensayo con deducción de fricción, por lo que el propulsor funciona en régimen de sobrecarga. En la Figura 16 se muestra cómo se puede obtener gráficamente el punto de funcionamiento para $F = F_D$ y, a la derecha, los valores para $F_D = 0$. Estas líneas rectas corresponden a una velocidad concreta.

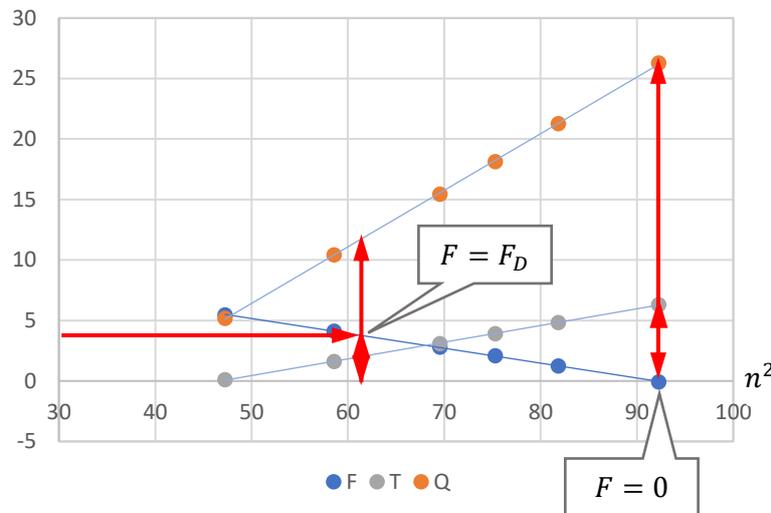


Figura 16

COEFICIENTE DE SUCCIÓN

Para cada velocidad, el valor medido por el dinamómetro de remolque es la resultante de un sistema de fuerzas que, escalarmente y teniendo en cuenta el criterio de signos habitual en el CEHIPAR, donde se considera $R > 0$ y $T > 0$ para navegación avante, $V > 0$, es:

$$F = R + \Delta R - T$$

Siendo R el valor de la resistencia de remolque con apéndices y ΔR el incremento de la resistencia debido a la acción del propulsor, es decir, la succión del propulsor sobre la popa de modelo más la resistencia del timón debido al flujo de la hélice. Es preciso que el ensayo de remolque sea llevado a cabo con todos los apéndices: arbotantes, barriletes, línea de ejes, quillas de balance, timones y aletas estabilizadoras en su caso. Es decir, los mismos apéndices que lleve el modelo en el ensayo de auto.

Por lo tanto:

$$\Delta R = F + T - R$$

$$\Delta R = (m_F + m_T)n^2 + b_F + b_T - R$$

Como se puede observar, para cada velocidad, ΔR es directamente proporcional a n^2 , puesto que el resto de los parámetros son constantes. Lógicamente, siempre se ha de verificar que $\Delta R > 0$. Si esto no es así, existe algún problema en el ensayo, que suele estar relacionado con algún rozamiento indebido de la línea de ejes en la bocina.

Se pone de manifiesto, como es sabido, que en la fase de proyecto es conveniente seleccionar un propulsor que proporcione el empuje necesario al menor régimen de revoluciones posible de acuerdo con las limitaciones del proyecto, que habitualmente suele ser el diámetro del propulsor D , puesto que viene limitado por el huelgo con la bovedilla.

Por lo tanto, el denominado tradicionalmente coeficiente de succión, que incluye el incremento de resistencia del timón, viene dado por la relación:

$$t = \frac{\Delta R}{T}$$

Este será positivo siempre que se verifique:

$$(m_F + m_T)n^2 + b_F + b_T > R$$

Realizar el “alisado” de los datos brutos de ensayo mediante el método descrito, ayuda considerablemente a detectar posibles anomalías y en su caso, corregirlas.

Si en lugar de utilizar empuje T , se divide el incremento de resistencia por el valor de resistencia:

$$r = \frac{\Delta R}{R}$$

$$r = \frac{(m_F + m_T)n^2 + b_F + b_T}{R} - 1$$

Por lo que, a velocidad uniforme, se observa que el incremento de resistencia, expresado como porcentaje, tiene una variación lineal con el cuadrado de las vueltas, puesto que todos los parámetros son constantes.

Existe un valor de n^2 para el que $\Delta R = 0$:

$$n^2 = \frac{R - (b_F + b_T)}{(m_F + m_T)}$$

Además, $n = 0$ cuando:

$$R = b_F + b_T$$

SIGNIFICADO FÍSICO DE LAS ORDENADAS EN EL ORIGEN

Los parámetros b_F , b_T y b_Q tienen un claro significado físico: corresponden a los valores medidos por los dinamómetros de remolque y autopropulsión cuando el propulsor no está girando; es decir, para $n = 0$ y el modelo es remolcado por el CRAT a una velocidad V . Por lo tanto, b_T es la resistencia al avance del propulsor, b_Q es el par estático que genera y b_F es la suma de la resistencia del propulsor más la resistencia de remolque con apéndices R del modelo.

No hay que olvidar que, en ambos ensayos, remolque y auto, los apéndices han de ser los mismos. También hay que tener en cuenta el criterio de signos empleado en las medidas de los dinamómetros, por lo que $b_T < 0$ para $n = 0$.

Por lo tanto, como se ha visto anteriormente, cuando $n = 0$:

$$R = b_F + b_T = b_F - |b_T|$$

Por lo que sería posible calcular la resistencia de remolque con apéndices, a partir del ensayo de autopropulsión. Obviamente, es preferible efectuar la medida directa de R en un ensayo de remolque. Además, como:

$$b_F = R - b_T = R + |b_T|$$

esto justifica, precisamente, la necesidad de un ajuste polinómico de mayor grado para b_F , puesto que R suele necesitarlo, aunque no sea tan elevado como para el ajuste de la resistencia.

Las toberas y los POD deben ser considerados como elementos de la propulsión, por lo que los ensayos de remolque con apéndices deben realizarse sin ellos. Los ensayos de autopropulsión con tobera no son objeto de este artículo, puesto que, para su análisis, sería necesario medir el empuje de la tobera en autopropulsión, lo que no suele ser habitual.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que los asientos dinámicos pueden ser diferentes en el ensayo de remolque y en el de autopropulsión, en buques rápidos especialmente. Por ello, hay que tener la precaución de tratar de conseguir que la barra de remolque esté alineada con la línea de ejes, dentro de lo posible, aunque los valores de F suelen ser pequeños y no suelen modificar el ángulo de trimado del modelo en el ensayo de autopropulsión. Además, hay que tener en cuenta que el dinamómetro de remolque mide la componente horizontal de la fuerza en la barra, que, conceptualmente, es el valor de la resistencia.

El significado físico de las ordenadas en el origen ha sido comprobado experimentalmente. Para ello, se realizó un ensayo especial, en este caso con un modelo de dos líneas de ejes, aunque se muestran los resultados de una de ellas solamente, Figura 17. Para evitar los rozamientos estáticos que pudieran conducir a errores en las medidas, los ejes no estaban frenados y los propulsores podían girar libremente, sin generar empuje, por ello se observa que el valor de n no es estrictamente nulo.

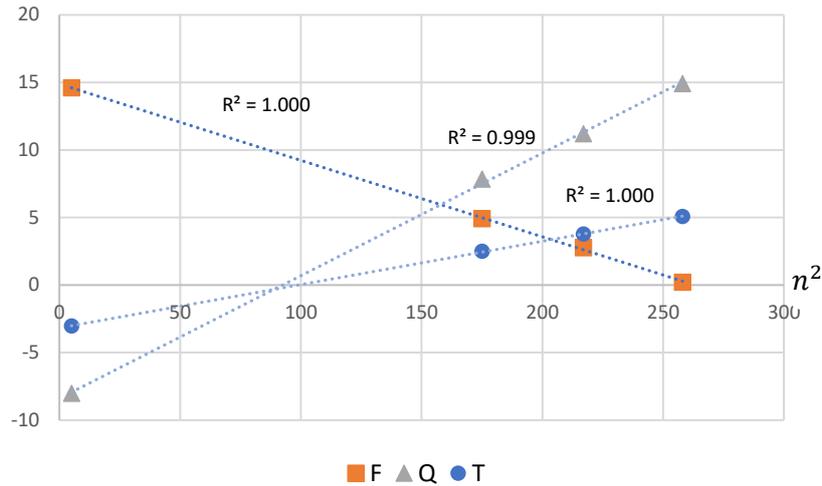


Figura 17

COEFICIENTES ADIMENSIONALES DEL PROPULSOR EN AUTOPROPUSIÓN. TANTEO DE PASO

Los coeficientes adimensionales del propulsor del modelo en el ensayo de auto K_T y K_Q pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} = \frac{1}{\rho n^2 D^4} (m_T n^2 + b_T) = \frac{1}{\rho D^4} \left(m_T + \frac{b_T}{n^2} \right)$$

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} = \frac{1}{\rho n^2 D^5} (m_Q n^2 + b_Q) = \frac{1}{\rho D^5} \left(m_Q + \frac{b_Q}{n^2} \right)$$

Para una velocidad dada, se observa que K_T y K_Q tienen una dependencia lineal del valor inverso de n^2 . Como para un valor determinado de F_D se pueden obtener los valores de n_c , T_c y por lo tanto de K_T ; esto permite conocer, entrando en las curvas del ensayo de propulsor aislado, el grado de avance J y el rendimiento correspondiente, puesto que en el análisis a identidad de empuje supone que los coeficientes K_T del ensayo de auto y de propulsor aislado son iguales.

Conocido J , obtener la velocidad de avance del propulsor es inmediato, puesto que:

$$J = \frac{V_A}{nD}$$

Por lo tanto:

$$V_A = JnD$$

Normalmente, en la zona de rendimiento máximo del propulsor, K_T puede considerarse prácticamente lineal en función de J . Una vez conocida V_A es posible obtener el valor del coeficiente de estela de Taylor w_T a igualdad de empuje.

$$w_T = 1 - \frac{V_A}{V}$$

También es posible comprobar el grado de ajuste del propulsor. Para realizar un ensayo de “tanteo de paso” en un propulsor de paso controlable, a una velocidad determinada y conocido correspondiente valor de F_D , solamente es necesario obtener los valores m_T y b_T , para lo cual es suficiente con ensayar dos puntos de revoluciones a esa velocidad, e interpolar con el valor de F_D . De esta forma, la verificación del ajuste de paso se simplifica considerablemente.

JUSTIFICACIÓN TEÓRICA

Todo lo explicado hasta ahora está basado en el análisis de los resultados experimentales en muchos ensayos, pero tiene una justificación sencilla, aunque no evidente.

En el ensayo de autopropulsión, cuando el modelo avanza a velocidad constante, la variación sistemática de las revoluciones del propulsor equivale a variar el valor de su grado de avance J . Parece lógico que esto debe realizarse en la zona de rendimiento máximo, si la hélice ha sido seleccionada, o proyectada, adecuadamente.

En la Figura 18 se muestra un diagrama de propulsor aislado típico. Se observa que, siendo la velocidad del carro remolcador constante, incrementar el valor n equivale a reducir el valor de J , por lo tanto, se obtienen mayores valores de K_T y de T .

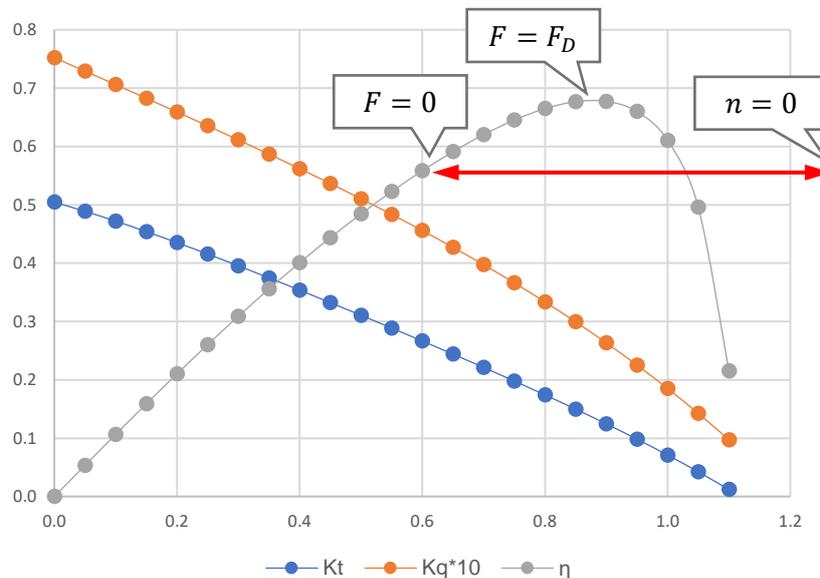


Figura 18

Habrá un valor de T que sea lo suficientemente elevado para que el que F sea nulo, siendo este el límite superior de n . Por el contrario, si se reduce n , J será más elevado por lo que K_T , así como T , serán menores y tienden a anularse. Entonces, F tiende al valor de la resistencia de remolque con apéndices. En el límite, para $n = 0$, J sería teóricamente infinito, pero este punto no figura en los gráficos de ensayos de propulsor

aislado en el primer cuadrante. En él, las medidas de los dinamómetros serán: $F = b_F$, $T = b_T$ y $Q = b_Q$.

Por otro lado, para una velocidad concreta y para un valor de F_D dado, es posible obtener el valor de n y los valores de T y Q . Lógicamente, es deseable que el valor de J esté dentro de la zona de rendimiento máximo.

En la Figura 19 se presenta una tabla en la que figuran, para varias velocidades, los valores de n^2 , T y Q , obtenidos del ensayo de propulsor aislado en una zona de valores de J centrados en el rendimiento máximo. V está expresada en m/s , y n en revoluciones por segundo, mientras que T y Q están en sistema Técnico de Unidades, según se explicó al principio.

J	KT	KQ*10	ETA	V 0.5		T	Q	V 1		T	Q	V 1.500		T	Q	V 2.000		T	Q	V 2.500		T	Q
				n	n^2			n	n^2			n	n^2			n	n^2			n	n^2		
0.600	0.266	0.456	0.558	4.56	20.76	0.631	1.974	9.11	83.05	2.524	7.894	13.67	186.87	5.678	17.762	18.23	332.22	10.095	31.576	22.78	519.09	15.773	49.338
0.650	0.244	0.427	0.591	4.21	17.69	0.492	1.576	8.41	70.77	1.969	6.303	12.62	159.23	4.430	14.181	16.82	283.07	7.876	25.210	21.03	442.30	12.306	39.391
0.700	0.221	0.397	0.620	3.91	15.25	0.385	1.264	7.81	61.02	1.539	5.054	11.72	137.29	3.462	11.373	15.62	244.08	6.155	20.218	19.53	381.37	9.617	31.590
0.750	0.198	0.366	0.645	3.65	13.29	0.300	1.014	7.29	53.16	1.199	4.058	10.94	119.60	2.699	9.130	14.58	212.62	4.798	16.231	18.23	332.22	7.497	25.361
0.800	0.174	0.333	0.665	3.42	11.68	0.232	0.812	6.84	46.72	0.928	3.249	10.25	105.12	2.087	7.310	13.67	186.87	3.710	12.995	17.09	291.99	5.797	20.305
0.850	0.150	0.299	0.677	3.22	10.35	0.177	0.646	6.43	41.38	0.706	2.583	9.65	93.11	1.589	5.811	12.87	165.53	2.826	10.330	16.08	258.65	4.415	16.141
0.900	0.124	0.263	0.677	3.04	9.23	0.131	0.507	6.08	36.91	0.524	2.026	9.11	83.05	1.179	4.559	12.15	147.65	2.096	8.105	15.19	230.71	3.275	12.664
0.950	0.098	0.225	0.660	2.88	8.28	0.093	0.389	5.76	33.13	0.371	1.556	8.63	74.54	0.836	3.501	11.51	132.52	1.485	6.224	14.39	207.06	2.321	9.725
1.000	0.071	0.185	0.610	2.73	7.47	0.060	0.288	5.47	29.90	0.242	1.154	8.20	67.27	0.544	2.596	10.94	119.60	0.968	4.615	13.67	186.87	1.512	7.211
1.050	0.042	0.142	0.496	2.60	6.78	0.033	0.201	5.21	27.12	0.131	0.806	7.81	61.02	0.294	1.813	10.42	108.48	0.523	3.222	13.02	169.50	0.817	5.035
1.100	0.012	0.097	0.215	2.49	6.18	0.008	0.125	4.97	24.71	0.034	0.501	7.46	55.60	0.076	1.127	9.94	98.84	0.135	2.004	12.43	154.44	0.210	3.132

Figura 19

$$n = \frac{V}{JD}$$

Si se representan los valores de T y Q en función de n^2 , se obtienen unas rectas paralelas semejantes a las obtenidas en el ensayo de autopropulsión, Figura 20.

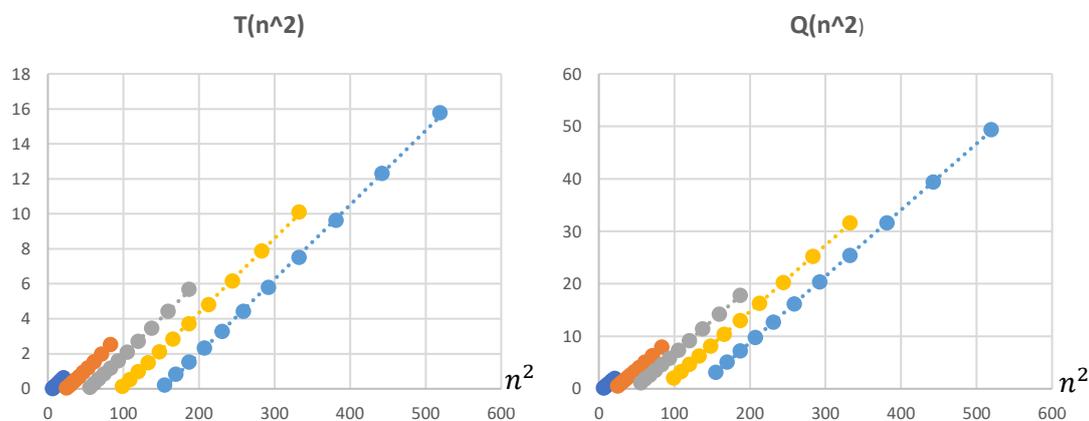


Figura 20

Como puede apreciarse en la Figura 21, los valores de m_T y m_Q son constantes en un amplio rango de velocidades, salvo para $V=0$, como también se verá más adelante.

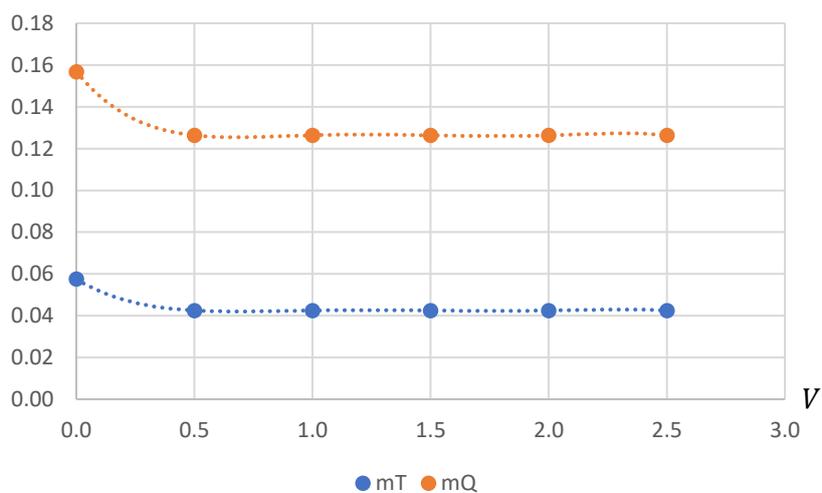


Figura 21

En el ajuste polinómico de b_T y b_Q en función de V , Figura 22, puede observarse que los términos independientes y lineal son prácticamente nulos. Esta es la razón que justifica que también lo sean en los ensayos de autopropulsión. Es decir, las curvas pasan por el origen, $V = 0$, y tienen tangente horizontal en él.

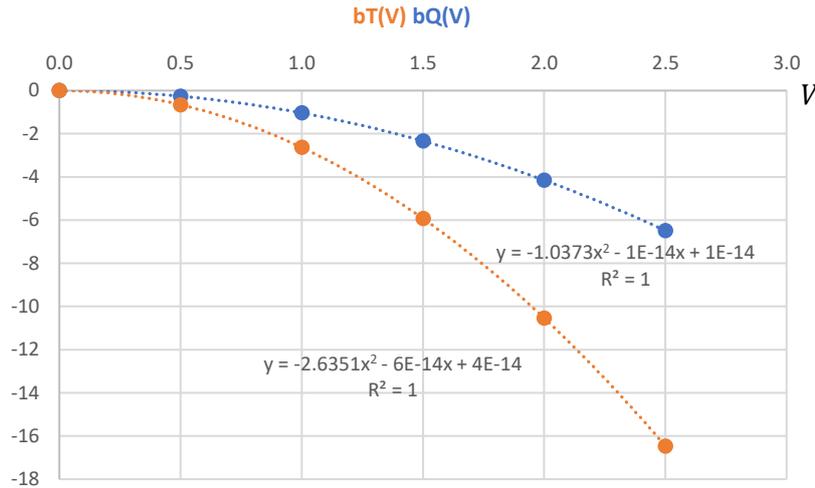


Figura 22

Los valores de m_T son casi idénticos a los del ensayo de autopropulsión, aunque existen diferencia en los valores de m_Q , debido a la componente tangencial de la velocidad de estela. También puede observarse que las ordenadas en el origen b_T y b_Q no coinciden con las del ensayo de auto. No obstante, nos centraremos en el primero de los parámetros.

En el ensayo de propulsor aislado, el campo de velocidades es uniforme y V_A coincide con la velocidad de avance del carro remolcador V . Por el contrario, en el ensayo de autopropulsión, el modelo avanza a la velocidad del carro, sin embargo, la carena modifica el campo de velocidades, por lo que no es solamente axial y tampoco es uniforme. Como ya se ha mencionado, es tridimensional, no uniforme y, en ocasiones, cuando el diseño de la popa no es muy acertado, es no estacionario, por lo que se pueden originar desprendimientos de torbellinos en la popa, Figura 23.

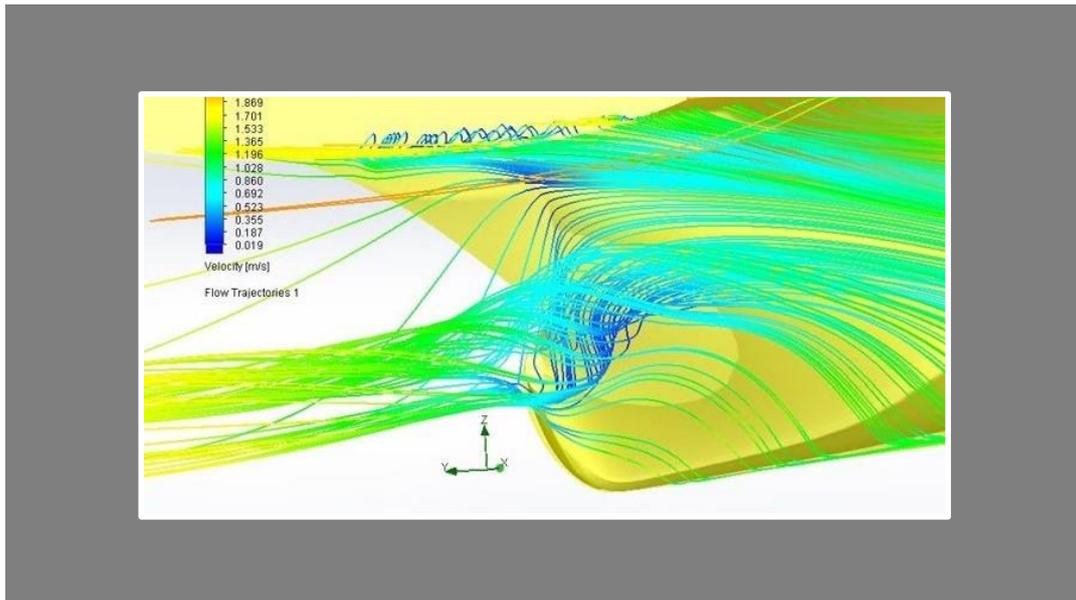


Figura 23

Como consecuencia de estos fenómenos, puede existir una dispersión de los valores medidos en el ensayo de origen puramente hidrodinámico y no relacionado con las técnicas de medida. Por ello, si se observa esta dispersión, cabe sospechar que existen problemas de diseño en la popa del modelo, que debe ser analizado mediante un ensayo de estela. Este ensayo debe efectuarse con un tubo de Prantdl, dotado con un captador de presión diferencial para observar la fluctuación de la velocidad, puesto que, si se realiza midiendo la diferencia de los valores de la columna de agua, estas fluctuaciones quedan filtradas por lo tubos debido a la viscosidad. Por ello, los tubos de conexión al captador de presión deben tener la mínima longitud posible.

Por otro lado, no es posible utilizar el procedimiento de medida basado en columna de agua, cuando las velocidades son altas, 4 m/s aproximadamente, dado que se excede el rango de medida, dado que el valor de la columna de agua es:

$$h = \frac{V^2}{2g}$$

En su día se desarrolló un sistema que, en lugar de medir el valor medio de la velocidad en un punto concreto del disco del propulsor, permite realizar un barrido circunferencial continuo y lento en un radio concreto, que puede ser regulado. Este sistema es ideal para detectar este tipo de problemas, Figura 24. En opinión del autor, esta prueba debería ser realizada en primer lugar dentro del programa de ensayos, tras un estudio preliminar por CFD. También puede realizarse un ensayo de líneas de corriente.

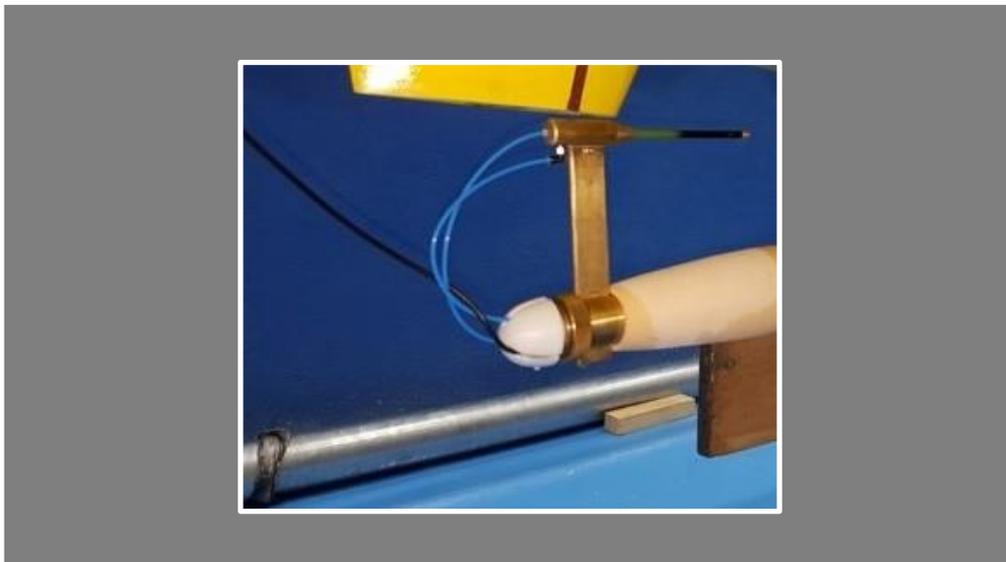


Figura 24

En la Figura 25 se muestra el resultado de este barrido circunferencial continuo, en un radio un 20% superior al radio de la hélice. Se ponen de manifiesto las fluctuaciones de la velocidad medida cuando el sensor entra dentro de la capa límite. Fuera de ella no se perciben. El origen angular está tomado en el punto más bajo del disco del propulsor, con objeto de tener continuidad de las medidas en la zona superior. La asimetría del gráfico es debida a que se trata de un modelo con dos líneas de ejes.

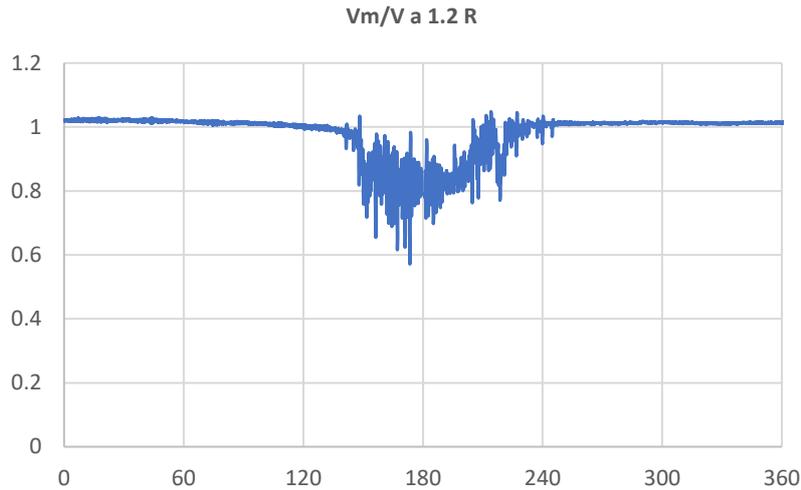


Figura 25

En la Figura 26 se observa la dispersión de b_T y b_Q para velocidades superiores a 1,5 m/s , en un modelo con un diseño de popa muy mejorable. No es debida un error de medida, puesto que aparece de forma sistemática a partir de una velocidad. Es preciso resaltar que la casi totalidad de problemas de cavitación y vibraciones originadas por el propulsor son debidos, fundamentalmente, a un deficiente proyecto de formas de popa.

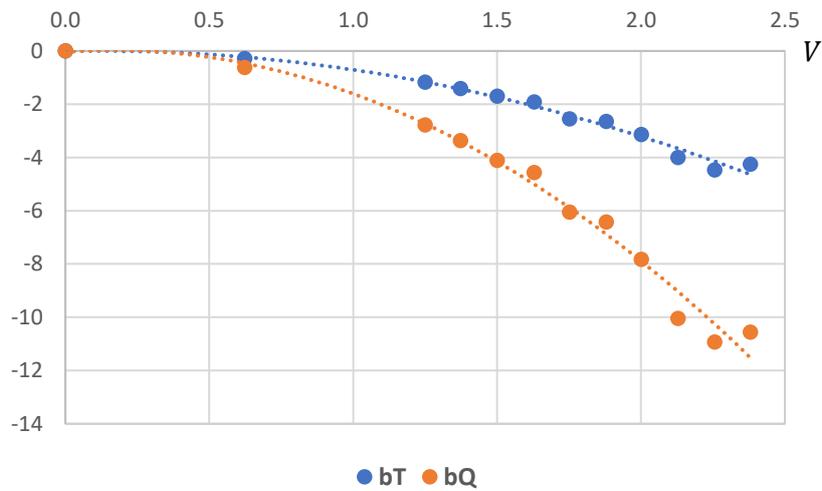


Figura 26

ORDENADAS EN EL ORIGEN DE LOS ENSAYOS DE AUTOPROPULSIÓN Y DE PROPULSOR AISLADO

Si se representa en la misma escala de velocidad los valores de b_T para el ensayo de autopropulsión y para el de propulsor aislado, se observa que no coinciden, Figura 27.

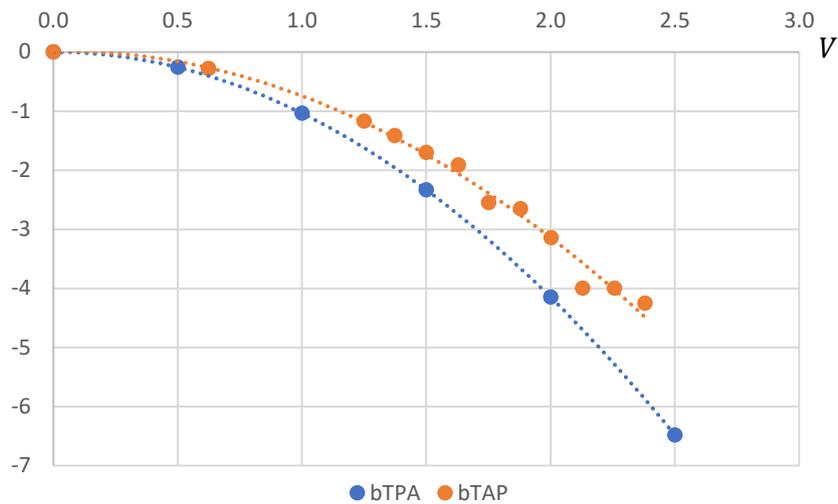


Figura 27

Así, $b_T PA$ corresponde a la curva que se obtiene del ensayo de propulsor aislado y $b_T AP$ al ensayo de autopropulsión. Es posible aplicar un factor de corrección, menor de la unidad, a la escala de velocidad de los valores de $b_T AP$, hasta hacer que ambas curvas se superpongan, Figura 28.

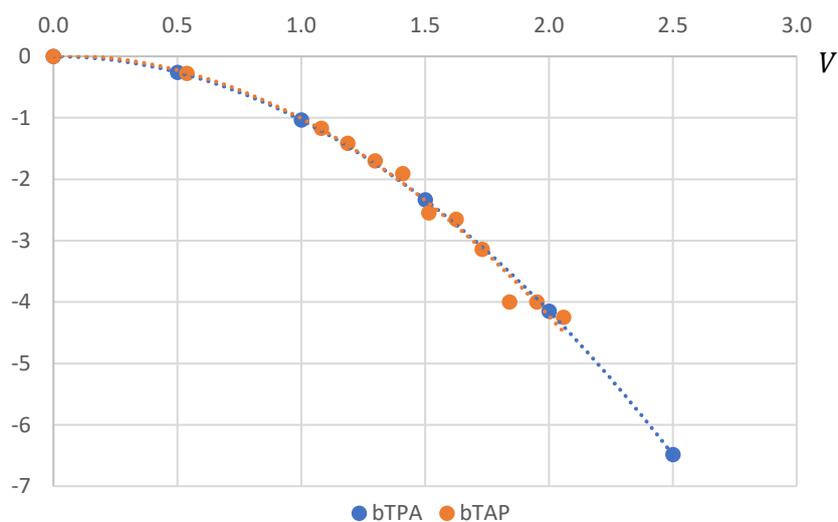


Figura 28

Este factor de corrección es:

$$\frac{V_B}{V}$$

En este caso, el valor de este factor es 0,87. Es decir, V_B es el 87% de la velocidad de avance del modelo.

Se podría afirmar que es posible utilizar la curva de $b_T(V)$ del ensayo de propulsor aislado, para calibrar la escala de velocidad axial media en la que actúa la hélice en el ensayo de autopropulsión.

En la Figura 29 se muestran los valores correspondientes a otro modelo con un diseño de popa mucho más acertado. Se trata de un buque de un único propulsor y con unas formas de popa excelentes. El primero corresponde a un modelo con dos líneas de ejes y dos propulsores. Esto da una idea de la calidad de formas de popa del buque de un solo propulsor, aunque el factor sea similar.

Pueden existir pequeñas diferencias en la zona baja de velocidad. Esto es debido a que los números de Reynolds de ambos ensayos son diferentes. En el ensayo de propulsor aislado se trata de evitar el flujo laminar en las palas, por lo que se ensaya a vueltas fijas, superiores a las críticas, variando la velocidad para obtener el valor de J deseado.

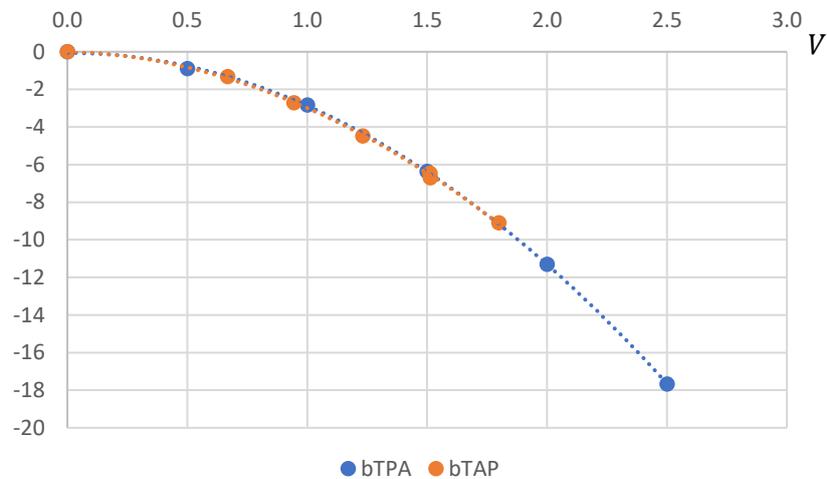


Figura 29

Un procedimiento más adecuado para obtener V_B se muestra en la Figura 30. Consiste en obtener la velocidad en el ensayo de autopropulsión a igualdad de b_T con el ensayo de propulsor aislado.

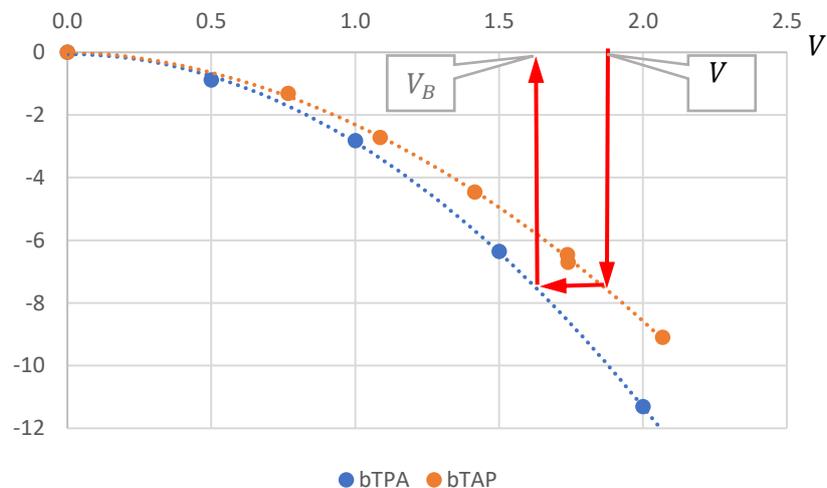


Figura 30

Los valores calculados por este método son casi idénticos a los valores que se obtienen por el procedimiento tradicional para obtener la velocidad de avance V_A a igualdad de K_T .

Por otro lado, si se representan los valores de T obtenidos en el ensayo de autopropulsión, en el mismo gráfico que los valores de T que se obtienen a partir de las curvas características del propulsor aislado, en función de n^2 y teniendo en cuenta la corrección en la escala de velocidades, se observa que están prácticamente superpuestos. Se muestran solamente los valores correspondientes a tres velocidades. Figura 31.

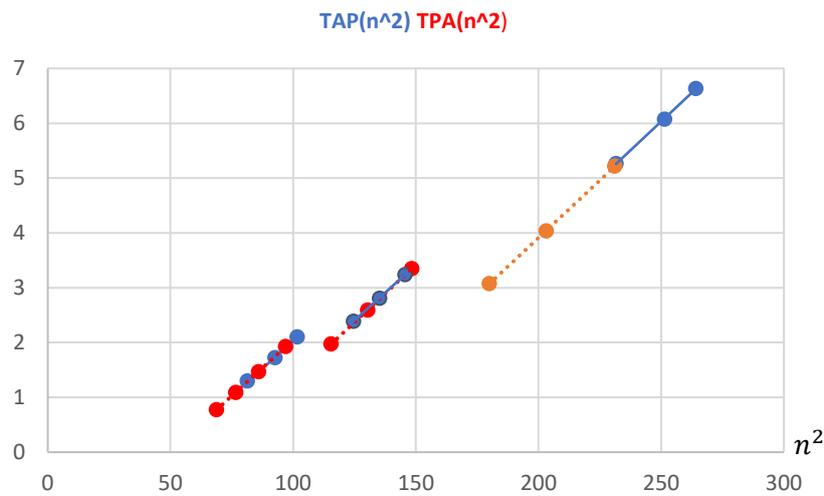


Figura 31

ENSAYO DE TRACCIÓN A PUNTO FIJO, PÉRDIDAS

El ensayo de tracción a punto fijo puede considerarse un caso particular del ensayo de autopropulsión. En este caso, la velocidad de avance del modelo es nula, por lo tanto, las ordenadas en el origen b_F , b_T y b_Q también lo serán, por lo que el ensayo queda definido de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} F \\ T \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_F \\ m_T \\ m_Q \end{pmatrix} n^2$$

Siendo F la fuerza de tracción a punto fijo del modelo. En este caso, ΔR será:

$$\Delta R = (m_F + m_T) n^2$$

Puede parecer que es suficiente realizar el ensayo de tracción a punto fijo para obtener los valores de m_F , m_T y m_Q del ensayo de autopropulsión. Pero esto no es así, como se puede comprobar fácilmente, puesto que las pendientes tienen cierta dependencia de la velocidad cuando ésta es baja, debido a la peculiar forma de las curvas características

del propulsor. En la Figura 32 se puede observar este fenómeno. En este caso, la escala de la velocidad está en nudos.

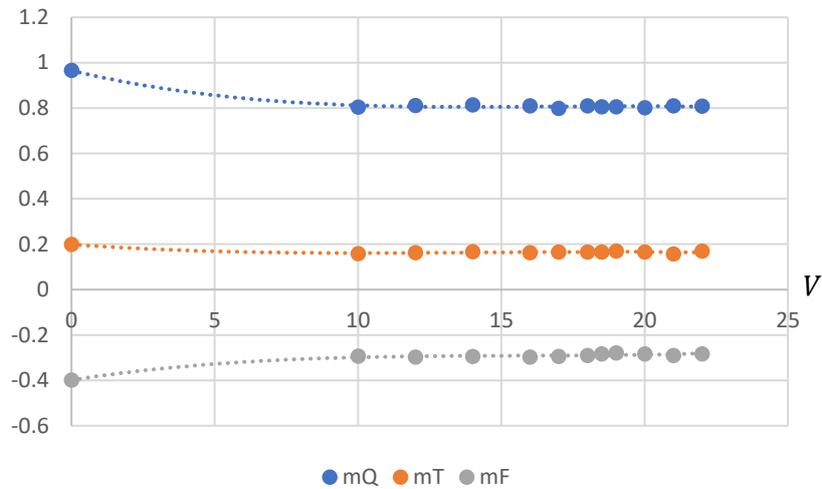


Figura 32

Este tipo de ensayo, que suele realizarse con modelos de remolcadores, en inglés “bollard pull”, permite, además, obtener cómodamente los valores de las pérdidas del ensayo de autopropulsión, puesto que, si al efectuar el ajuste lineal de los valores de F , T y Q en función de n^2 , los términos independientes no son nulos, estos valores son precisamente los que corresponden al valor de las “pérdidas”, por lo que deben ser restados, con su signo, de las medidas efectuadas en el resto del ensayo. Lógicamente, para $V = 0$ y $n = 0$ tanto F , Q y T deben ser nulos y las rectas de ajuste deben pasar por el origen de coordenadas.

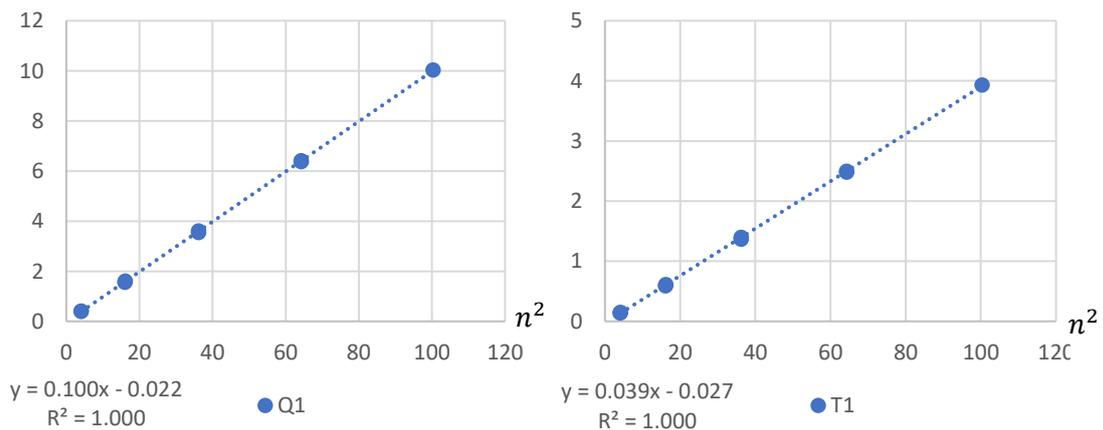


Figura 33

En la Figura 33 se observa que el valor de la “pérdida” de $Q1$ es $-0,022$ y la de $T1$, resulta ser $-0,027$.

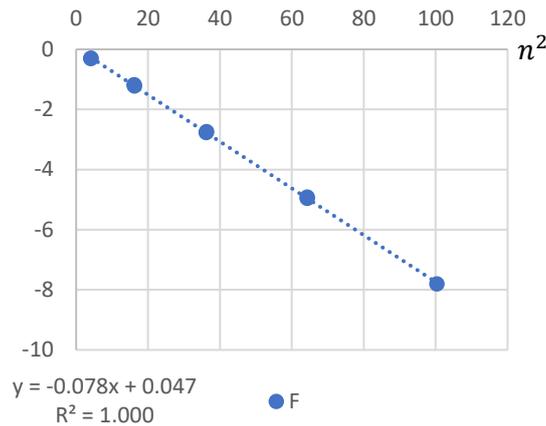


Figura 34

En la Figura 34 se muestra también el ajuste de cero para la medida de F , que en este caso es 0,047.

Para realizar este ensayo, es preciso tener la precaución de que el propulsor no genere corrientes circulantes debido a la cercanía del extremo del canal. El poco fondo, bajo el modelo, también tiene importancia. En estas circunstancias, la velocidad deja de ser nula y el ensayo no es válido. Por ejemplo, no es posible realizar este ensayo en el “canalito de trimados”. Ha de ser realizado en un lugar donde se garantice la ausencia de este fenómeno, distanciando el carro remolcador del inicio del canal de ensayos.

Si se emplea este procedimiento en el ensayo de propulsor aislado, para $J = 0$ se tiene:

$$K_T = \frac{m_T}{\rho D^4}$$

$$K_Q = \frac{m_Q}{\rho D^5}$$

De esta forma, es posible obtener estos valores con mayor precisión que cuando se obtienen por el procedimiento tradicional, puesto que no está afectado por el valor de la “pérdida” del ensayo, ya que solo se utiliza el valor de la pendiente de la recta de ajuste.

ENSAYO CON UNA CARENA CON DOS LÍNEAS DE EJES Y PROPULSORES IGUALES

Este ensayo no difiere de forma sustancial del ensayo con un modelo con un solo propulsor, en su ejecución y análisis. Además de la medida del dinamómetro de remolque F , tendremos los valores de empuje $T1$ y $T2$, para babor y estribor respectivamente, así como dos valores de par $Q1$ y $Q2$.

En la representación analítica del ensayo es preciso añadir la formulación del segundo eje, por lo que se tendrán ocho constantes adicionales, un total de 20.

$$\begin{pmatrix} F \\ T1 \\ Q1 \\ T2 \\ Q2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_F \\ m_{T1} \\ m_{Q1} \\ m_{T2} \\ m_{Q2} \end{pmatrix} n^2 + \begin{pmatrix} b_{F4} & b_{F3} & b_{F2} \\ b_{T14} & b_{T3} & b_{T12} \\ b_{Q14} & b_{Q13} & b_{Q12} \\ b_{T24} & b_{T23} & b_{T22} \\ b_{Q24} & b_{Q23} & b_{Q22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^4 \\ V^3 \\ V^2 \end{pmatrix}$$

La velocidad de giro de ambos propulsores es la misma, puesto que se suele utilizar un solo motor y la transmisión tiene conexiones para los dos ejes. Por ello, el proceso de obtención del valor de n , que corresponde a la deducción de fricción teórica F_D , es el mismo que el que se emplea en el ensayo con un solo propulsor.

ENSAYO DE UN MODELO CON DOS LÍNEAS DE EJES Y PROPULSORES DIFERENTES

En este ensayo, el problema fundamental reside en que no es posible representar F en función de n^2 , puesto que los regímenes de giro del eje de babor n_1 y de estribor n_2 , son diferentes y, por lo tanto, carece de sentido físico. Obviamente, para realizar este ensayo es preciso instalar dos motores y dos reguladores de velocidad, para controlar la velocidad de giro de cada eje individualmente.

Su ejecución no difiere demasiado del ensayo con dos propulsores iguales. No obstante, para obtener la tripleta de valores a cada velocidad, las revoluciones de cada eje han de ser ajustadas de manera que los empujes $T1$ y $T2$ de cada propulsor sean, aproximadamente, los mismos.

Como no es posible emplear el procedimiento utilizado hasta ahora, el de interpolar con el valor de la deducción de fricción teórica F_D para obtener, para obtener un valor único de las revoluciones, es preciso emplear otro método.

La medida del dinamómetro de remolque F se puede expresar, en este caso, de la siguiente forma:

$$F = R + (\Delta R1 + \Delta R2) - (T1 + T2)$$

Donde R es la resistencia de remolque con apéndices, $\Delta R1$ y $\Delta R2$ los incrementos de resistencia de babor y estribor, dado que no son iguales por no serlo los regímenes de revoluciones, $T1$ y $T2$ son los empujes correspondientes.

Tampoco es posible obtener de forma individual los valores de $\Delta R1$ y $\Delta R2$, puesto que solamente hay una única medida del dinamómetro de remolque F , por lo que la expresión anterior puede expresarse de forma análoga al ensayo con un solo eje:

$$F = R + \Delta R - T$$

Donde:

$$\Delta R = \Delta R1 + \Delta R2$$

$$T = T1 + T2$$

Como para cada velocidad V , F puede ser representada como función lineal del empuje total T , este también será función lineal de F , análogamente a lo que sucede con una carena de un solo propulsor. Por lo tanto, conocido el valor de la deducción de fricción teórica F_D a la velocidad de ensayo, es posible obtener el empuje total necesario T_c . En la Figura 35, que corresponde a otro ensayo diferente, se muestra esta dependencia.

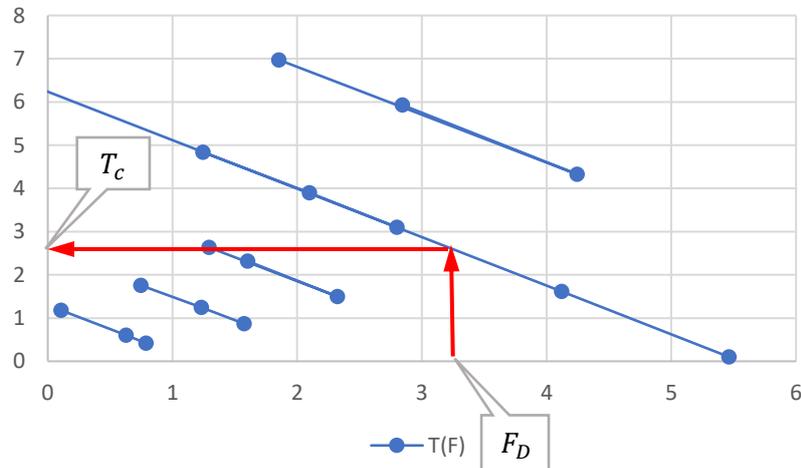


Figura 35

Puede observarse que la representación de la pendiente en función de la velocidad es también constante, aunque hay un punto a $1,1 \text{ m/s}$, aproximadamente, que presenta mayor dispersión, Figura 36.

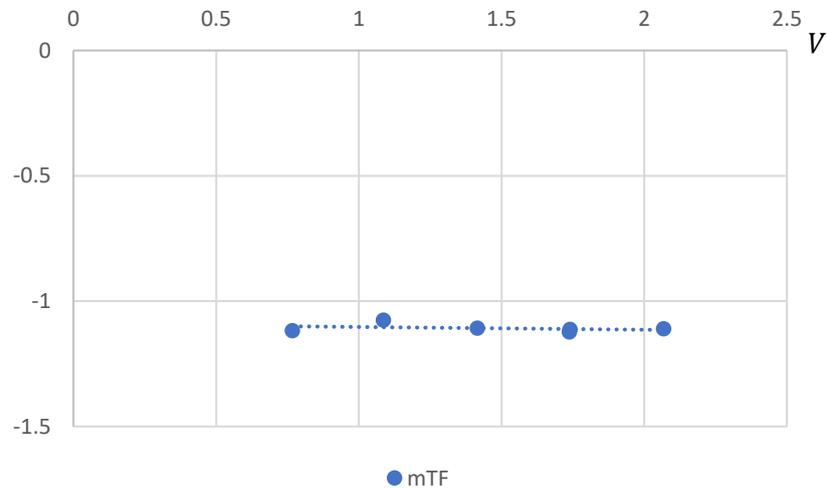


Figura 36

Las ordenadas en el origen también admiten un ajuste polinómico en función de la velocidad. Se observa de nuevo la dispersión a la velocidad indicada, Figura 37.

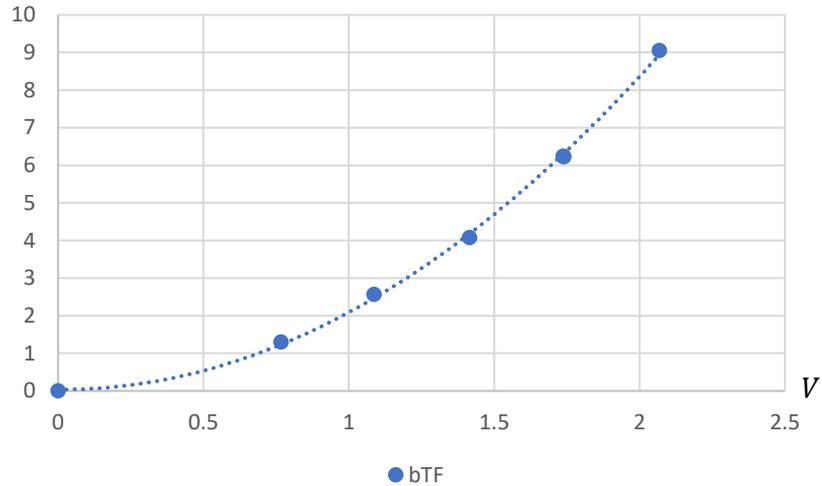


Figura 37

Por lo tanto, es posible establecer una ley de reparto de empuje total entre cada uno de los ejes. Lógicamente esta debería ser el 50% del empuje total T para cada uno de ellos, puesto que en caso contrario habría un momento de guiñada.

Dado que para cada velocidad está caracterizado el comportamiento de $T1$, $T2$, $Q1$ y $Q2$ en función de n_1^2 y n_2^2 , así como de T en función de F , se tendrá:

$$T = m_{TF} F^2 + b_{TF}$$

$$T1 = m_{T1} n_1^2 + b_{T1}$$

$$Q1 = m_{Q1} n_1^2 + b_{Q1}$$

$$T2 = m_{T2} n_2^2 + b_{T2}$$

$$Q2 = m_{Q2} n_2^2 + b_{Q2}$$

Donde:

$$\begin{pmatrix} b_{TF} \\ b_{T1} \\ b_{Q1} \\ b_{T2} \\ b_{Q2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{TF4} & b_{TF3} & b_{TF2} \\ b_{T14} & b_{T13} & b_{T12} \\ b_{Q14} & b_{Q13} & b_{Q12} \\ b_{T24} & b_{T23} & b_{T22} \\ b_{Q24} & b_{Q23} & b_{Q22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^4 \\ V^3 \\ V^2 \end{pmatrix}$$

Por lo que, para cada velocidad, conocido F_D se obtiene el valor de T_c . Por lo tanto, $T1_c = T_c/2$ y $T2_c = T_c/2$. De esta forma, es posible obtener fácilmente, los valores de n_{1c}^2 , n_{2c}^2 y, por lo tanto, los de $Q1_c$ y $Q2_c$.

$$T_c = m_{TF} F_D^2 + b_{TF}$$

$$n_{1c}^2 = \frac{\frac{T_c}{2} - b_{T1}}{m_{T1}} \quad Q1_c = m_{Q1} n_{1c}^2 + b_{Q1}$$

$$n_{2c}^2 = \frac{\frac{T_c}{2} - b_{T2}}{m_{T2}} \quad Q_{2c} = m_{Q2} n_{2c}^2 + b_{Q2}$$

Se ha mencionado con anterioridad que no es posible obtener de forma individual los valores de $\Delta R1$ y $\Delta R2$. No obstante, en una primera aproximación, cabría suponer que son proporcionales al valor de $T1$ y $T2$. Por ello seguirían la misma ley de reparto de empujes.

Este procedimiento permite obtener el comportamiento de la propulsión a otros regímenes diferentes del 50% de empuje total para cada banda. También puede ser utilizado en los ensayos con un modelo que tenga un mayor número de propulsores, estableciendo otro criterio diferente para el reparto del empuje. Por ejemplo, en el caso de tres propulsores, dos laterales iguales y otro central de mayor diámetro, es posible repartir el empuje de manera que cada uno de los laterales contribuya en un 25% y el central en un 50%. Una vez conocidas las revoluciones, es inmediato obtener los pares $Q1$, $Q2$ y $Q3$ y el consiguiente reparto de potencia entre los propulsores.

Esta metodología ya ha sido utilizada con éxito en el CEHIPAR.

ENSAYO DE AUTOPROPULSIÓN EN MODELOS CON POD

La propulsión con POD se utiliza fundamentalmente en buques de cruceros, en los que los del tipo AZIPOD, de la firma ABB, domina el mercado. No obstante, también se emplea en algunos buques de guerra.

El Buque de Proyección Estratégica (BPE) de la Armada, utiliza dos de SCHOTTEL-SIEMENS, Figura 38. Cada POD tiene dos hélices, mientras que los AZIPOD solamente llevan una.

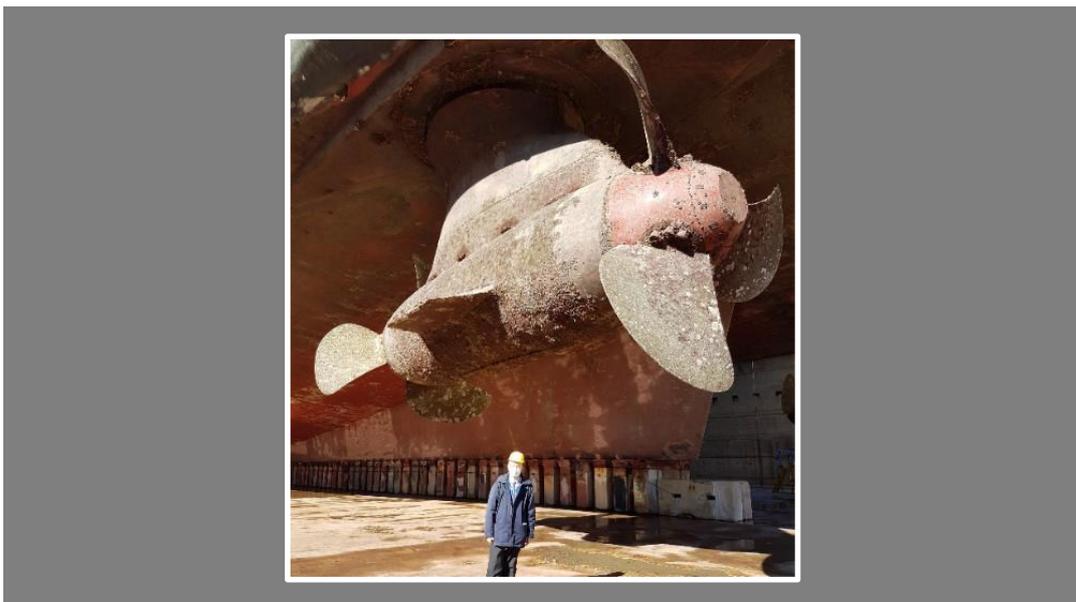


Figura 38

En el caso del BPE, el campo de velocidades en el que actúa el propulsor de proa es muy bueno, prácticamente trabaja en flujo uniforme, no obstante, el de popa está afectado por el flujo del propulsor de proa y por la estela del “strut” del POD.

En la Figura 39 se muestra la disposición típica de un modelo instrumentado para la realización de un ensayo de autopropulsión, con dos POD tipo AZIPOD, de un buque de cruceros.

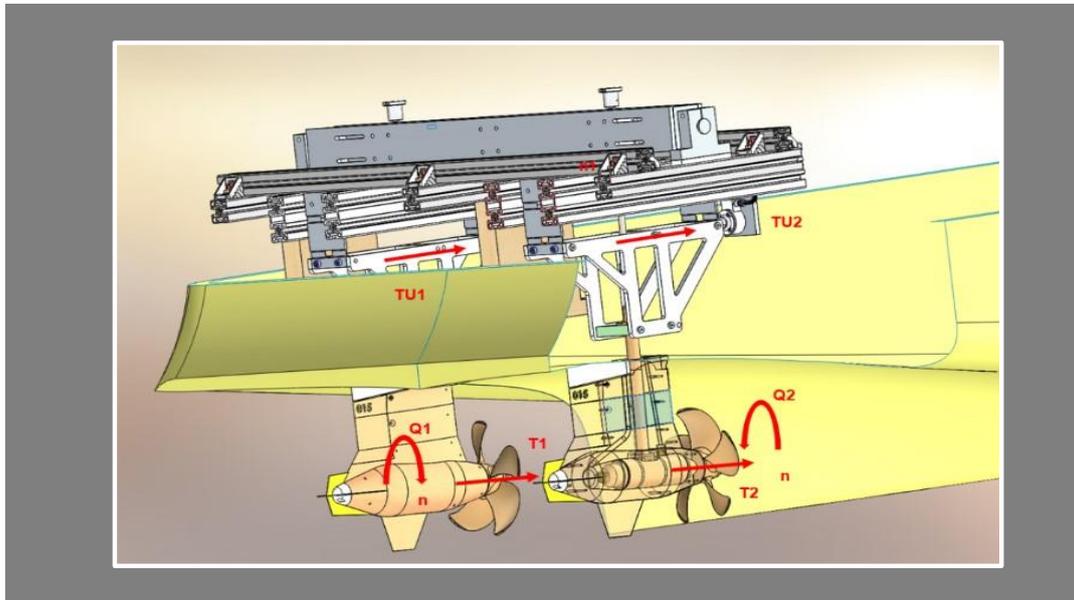


Figura 39

El empuje de la unidad TU es el empuje del propulsor T menos la resistencia hidrodinámica del cuerpo del POD, puesto que está situada a popa del flujo del propulsor. TU es el valor del empuje que hay que considerar en el proceso de extrapolación del campo del modelo al buque.

El sistema de ensayos fue desarrollado en el CEHIPAR por el autor. En el interior del cuerpo del POD, está alojado un dinamómetro, Figura 40, que mide el empuje proporcionado por la hélice T y el par que absorbe Q . El conjunto está soportado por un sistema mecánico que permite obtener el empuje del conjunto de la unidad propulsora TU . Existe, además, una transmisión mecánica que hace que los propulsores de ambas bandas giren a la misma velocidad y que está diseñada de manera que no afecta a la medida de TU . Ambos propulsores suelen tener el mismo diámetro D y la misma relación paso/diámetro $H_{0,7}/D$.

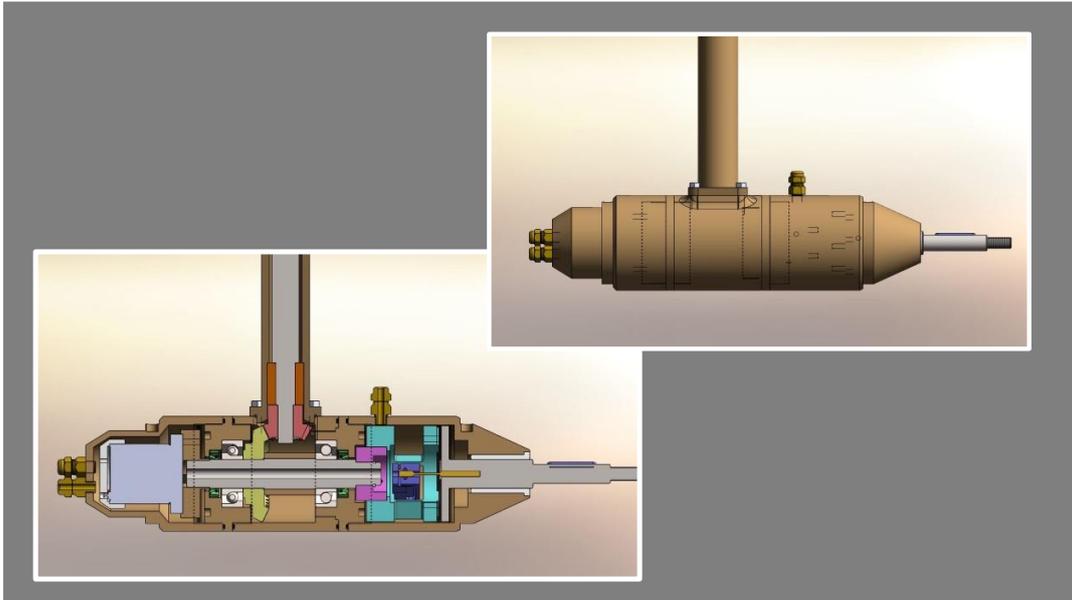


Figura 40

En este tipo de ensayo, también se ha observado, experimentalmente, la dependencia lineal, en función de n^2 , de T , Q y de TU .

Esta representación gráfica resulta de mucha utilidad, puesto que permite detectar fácilmente cualquier anomalía durante el ensayo. Por ejemplo, puesto que es necesario que exista un pequeño huelgo para permitir la medida de TU , si este desaparece debido a la deformación de la carena, Figura 41, el cuerpo del POD puede llegar a rozar en el modelo y la medida de TU puede ser errónea.

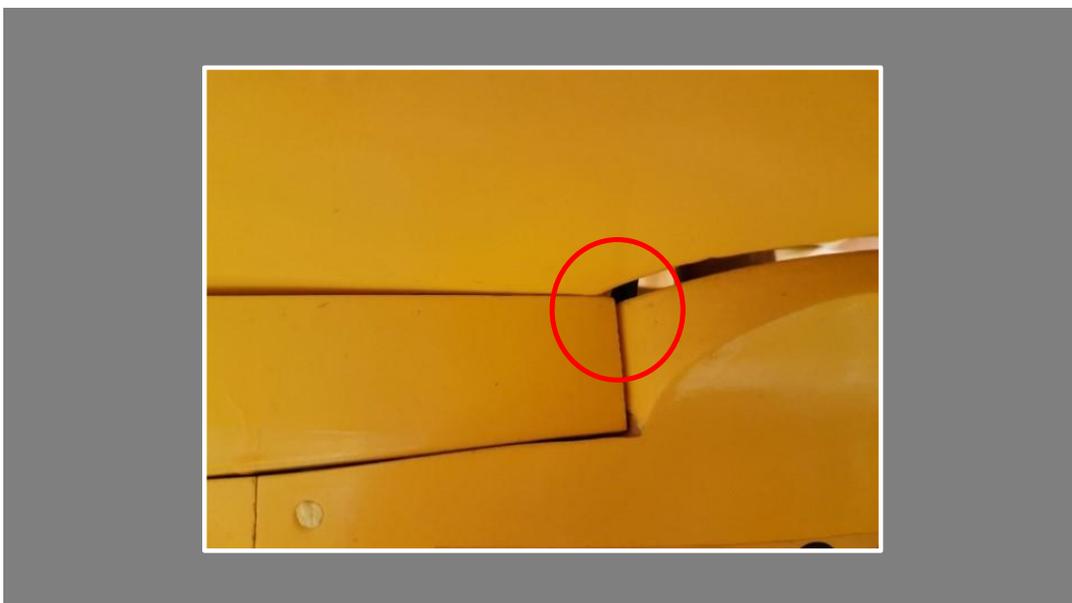


Figura 41

La Figura 42 corresponde a un ensayo en el que fue detectado este problema en la banda de babor. Puede observarse que los empujes de los propulsores $T1$ y $T2$, están superpuestos. $TU2$ es prácticamente paralelo a éstos y se separa de ellos a medida que

aumenta V y, sin embargo, $TU1$ tiene un comportamiento errático. Se pone de manifiesto, de nuevo, la utilidad de la representación de las medidas en función del cuadrado de las revoluciones.

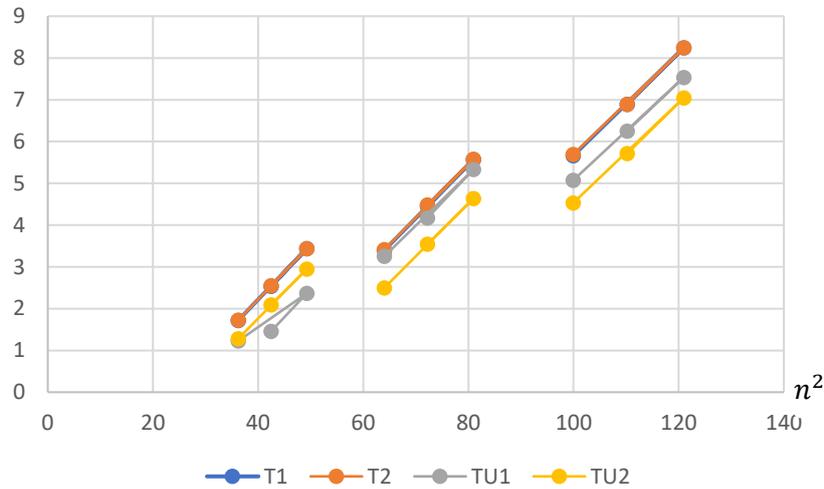


Figura 42

El tratamiento de un ensayo de autopropulsión con POD es análogo al de un buque con dos líneas de ejes que giran a la misma velocidad. No obstante, es necesario añadir el empuje del POD como unidad propulsora TU , por lo que el ensayo se puede definir también de forma analítica:

$$\begin{pmatrix} F \\ T1 \\ TU1 \\ Q1 \\ T2 \\ TU2 \\ Q2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_F \\ m_{T1} \\ m_{TU1} \\ m_{Q1} \\ m_{T2} \\ m_{TU2} \\ m_{Q2} \end{pmatrix} n^2 + \begin{pmatrix} b_{F4} & b_{F3} & b_{F2} \\ b_{T14} & b_{T13} & b_{T12} \\ b_{TU14} & b_{TU13} & b_{TU12} \\ b_{Q14} & b_{Q13} & b_{Q12} \\ b_{T24} & b_{T23} & b_{T22} \\ b_{TU24} & b_{TU23} & b_{TU22} \\ b_{Q24} & b_{Q23} & b_{Q22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^4 \\ V^3 \\ V^2 \end{pmatrix}$$

Por último, otra conclusión interesante: si tanto F como TU son funciones lineales de n^2 , también lo será $T - TU$, que es la resistencia hidrodinámica del cuerpo del POD. Esto ha sido verificado también experimentalmente. Es necesario mencionar que el cuerpo de POD está afectado por el flujo generado por su propulsor y que, por lo tanto, su resistencia depende del régimen de revoluciones y por la velocidad de avance del modelo.

PROCEDIMIENTO ALTERNATIVO PARA LA REALIZACIÓN DEL ENSAYO DE AUTOPROPULSIÓN

De todo lo expuesto con anterioridad, cabe pensar en buena lógica: si las rectas que definen el ensayo son paralelas, ¿qué sentido tiene dar tres puntos de revoluciones para

cada velocidad, en todo el rango de velocidades del ensayo? La respuesta es bien sencilla, ninguno. Por ello, es mucho más razonable que a una velocidad concreta, la de servicio, la de pruebas o la que se considere más adecuada, en la zona de velocidad alta, dar cuantos puntos de revoluciones sean precisos, dos serían suficientes. No obstante, se recomienda al menos cuatro puntos, incluso cinco, para comprobar la bondad del ajuste lineal. De esta forma, se obtendrían los valores de m_F , m_T y m_Q de todo el ensayo, así como los valores de b_F , b_T y b_Q de esa velocidad en particular.

Para el resto de las velocidades bastaría con ensayar un solo punto de revoluciones, con un tiempo de ensayo suficiente para garantizar la estabilidad de las medidas. De esta forma y para cada una de estas velocidades, se puede calcular la ordenada en el origen correspondiente b_F , b_T y b_Q de la recta paralela a la obtenida con anterioridad, con múltiples valores de n y que pasa por este único punto de ensayo.

Esta metodología ya ha sido utilizada, con notable éxito, en un buque de dos líneas de ejes con dos propulsores diferentes en cada eje. Además, ha permitido acortar notablemente los tiempos de ensayo y eliminar, considerablemente, el “ruido experimental” de la representación de b_F , b_T y b_Q en función de la velocidad. Por otro lado, el ajuste polinómico de las ordenadas en el origen, obtenidas por este procedimiento, es sustancialmente mejor.

Cabe mencionar también que es posible efectuar este razonamiento a cada uno de los puntos de revoluciones del método tradicional y de esta forma aumentar el número de valores para efectuar el ajuste polinómico de b_F , b_T y b_Q en función de V . Así, es posible mejorar el proceso de alisado de los datos brutos de ensayo.

En la Figura 43 se muestra el resultado de este proceso. Corresponde a un ensayo de autopropulsión de un buque con POD, en el que la condición de carga ensayada originaba que la parte superior del POD estuviera por encima de la flotación.

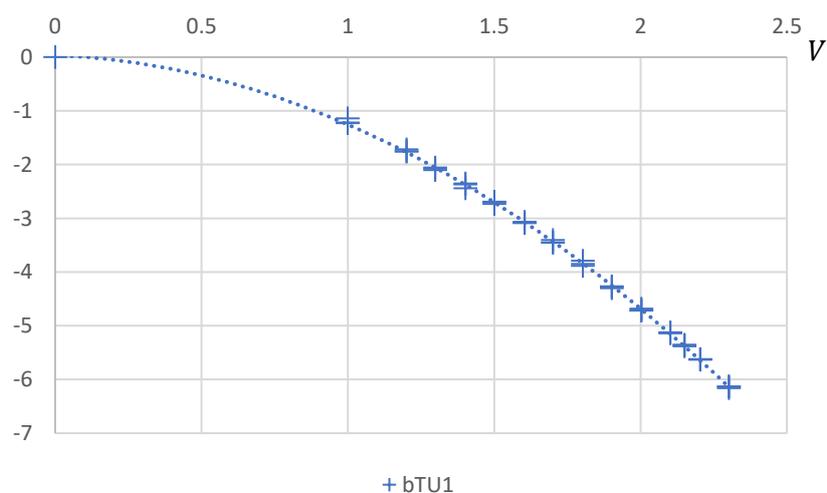


Figura 43

Por esta razón, existía cierta fluctuación en los valores de TU. A través del procedimiento descrito, se consiguió triplicar la nube de puntos y mejorar el ajuste, especialmente en la zona de velocidad baja. Aunque parezca que la reducción de puntos experimentales pueda evitar la detección de problemas hidrodinámicos, cabe mencionar que aún así, es posible detectarlos

FACTORES FÍSICOS QUE AFECTAN A LAS MEDIDAS

Se ha comentado al principio que, en el estado actual de la técnica, y debido a los procedimientos de calidad existentes, es difícil cometer errores en la calibración y parametrización de la cadena de medida del ensayo. No obstante, existen determinados factores físicos que tienen incidencia directa en el valor de las medidas:

- Rozamiento en los casquillos de apoyo de los ejes, o “perdidas” por fricción.
- Montaje, diámetro y longitud de la línea de ejes.
- Vibraciones del carro remolcador.
- Posición de barra de remolque que une al modelo al dinamómetro.
- Líneas de ejes con mucha inclinación.

Como se ha mencionado, “pérdidas” es la denominación tradicional, que se utiliza en el CEHIPAR para el rozamiento del eje del propulsor en sus cojinetes. No hace mucho tiempo se ha desarrollado un nuevo sistema que las reduce sustancialmente, puesto que elimina uno de los apoyos del eje, sustituyéndolo por un casquillo de cierre con un sistema elástico para evitar la entrada de agua en el modelo.

Antiguamente, para conocer estos valores, que afectan principalmente al par, se realizaba un ensayo previo sin propulsor a $V = 0$. Siguiendo las recomendaciones de la ITTC, se colocaba en su lugar una masa cilíndrica del mismo peso, de manera que la carga sobre los casquillos de apoyo fuera la misma. A continuación, se medía el par residual existente a diferentes valores de revoluciones, en sentido creciente y decreciente. Los valores así obtenidos se restaban, con su signo, del valor de par medido en el ensayo a las mismas vueltas. El empuje, prácticamente, no se ve afectado, no obstante, y en el caso de líneas de ejes con mucha inclinación, era preciso tener en cuenta la componente del peso del propulsor en la dirección de la línea de ejes.

Actualmente, se utiliza el ensayo de tracción a punto fijo. Simplifica notablemente esta tarea puesto que no es necesario montar y desmontar las hélices con el modelo a flote, labor incómoda y que entraña cierto riesgo, especialmente si se trata de modelos grandes y con propulsores muy sumergidos. Este nuevo procedimiento permite, además, efectuar una comprobación de las “perdidas” en cualquier momento del ensayo. También evita el inconveniente indicado en las líneas de ejes con mucha inclinación, puesto que la medida de la pérdida del empuje T ya tiene en cuenta la componente axial del peso del propulsor.

Por otro lado, se deben evitar las vibraciones de los ejes, especialmente cuando son muy largos, puesto que el primer modo de vibración transversal puede entrar en resonancia cuando coincide con las revoluciones. Este fenómeno se conoce en inglés como “whirling”¹⁰ y puede afectar a las medidas de T y de Q , puesto que incrementa la fricción en los casquillos de apoyo de los ejes y no es fácil de detectar en el ensayo.

La frecuencia de resonancia del primer modo de vibración de un eje macizo, apoyado en ambos extremos, de diámetro d y longitud L , viene dada por:

$$f = \frac{\pi d}{8 L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Siendo E el módulo de Young y ρ la densidad, por lo que para acero inoxidable:

$$f = 1988 \frac{d}{L^2}$$

Tanto el diámetro del eje, como su longitud, están expresadas en m. La frecuencia en Hz.

Para un eje de acero inoxidable de 2 cm de diámetro y 2 m de longitud, la frecuencia natural del primer modo de vibración esta próxima a 10 Hz. Es decir, en plena zona de vueltas del ensayo.

En los ensayos con propulsores de diámetro elevado, por lo tanto, con mucha masa y que no están equilibrados dinámicamente, el problema puede agravarse.

Por lo tanto, se ha de tratar que la longitud de los ejes sea lo más corta posible o aumentar su diámetro. Si no es factible, se puede instalar una junta universal o “cardan” y un apoyo. De esta forma, se consigue un acortamiento virtual, puesto que la junta no transmite momento flector. Así, si el eje tiene un trozo de 1,4 m y otro de 0,6 m, el primero, que es el caso más desfavorable, tendrá una frecuencia de resonancia de 20 Hz aproximadamente, por lo que quedaría por encima del rango de revoluciones del ensayo.

Otro factor importante, en modelos lentos y de desplazamiento elevado, es el valor de la vibración superpuesta a la medida del dinamómetro de remolque. Es debido a que el modelo actúa como una masa sísmica que está unida a la célula de carga del dinamómetro de remolque. Este sistema no tiene rigidez infinita, puesto que la célula de carga está montada sobre soporte elástico.

El conjunto, modelo-dinamómetro, tiene una frecuencia de resonancia. Por ello cuando las ruedas del carro remolcador pasan por las soldaduras de los carriles, se producen excitaciones que tienen forma de impulso muy estrecho. Como consecuencia, se excitan todas las frecuencias naturales de vibración del carro remolcador y sus elementos. Las

¹⁰ *On the Whirling and Vibration of Shafts.* STANLEY DUNKERLEY. Proceedings of the Royal Society of London. 1893.

vibraciones son transmitidas a la masa sísmica y, por lo tanto, medidas por la célula de carga.

Afortunadamente, los acondicionadores de medida disponen de filtros paso bajo que pueden eliminar estas vibraciones, por lo que se puede representar la curva de valores filtrados y obtener valores medios a velocidad constante, que realmente son los que interesan en el ensayo. No obstante, en alguna ocasión, este fenómeno puede perturbar un ensayo, especialmente en modelos de mucho desplazamiento y baja velocidad, por lo que es preciso conocer su existencia.

CONCLUSIONES

El ensayo de autopropulsión requiere práctica experimental cuidadosa. Aun así, pueden existir fenómenos físicos que originen dispersión en las medidas. Disponer de un procedimiento que permita detectarlos durante el ensayo, es crucial.

El procedimiento que se describe permite una rápida valoración de la calidad del ensayo e incluso, detectar problemas de origen hidrodinámico.

Dado que se utilizan hojas Excel como formato interno del CEHIPAR para presentar los ensayos de autopropulsión, se ha desarrollado una aplicación informática en VBA que permite obtener los valores numéricos de los coeficientes que definen los ensayos más frecuentes, en función de n^2 y de V . Es decir, autopropulsión con modelos de una hélice, de dos y de modelos con dos POD. No obstante, es muy sencillo contemplar otro tipo de propulsión convencional.

Aunque hay bastante información sobre la función que se utiliza para obtener los coeficientes del ajuste polinomial en Excel, no es de fácil utilización cuando se trata de forzar que algunos de los coeficientes sean nulos y el grado de ajuste variable. Por ello, se aporta el código empleado. Ha sido verificado mediante el procedimiento indicado en la referencia número 4.

```
Sub CalculoCoeficientes(grado, x, y, coeficientes)
' Los coeficientes de x^0 y x^1 son nulos.
' x e y son variables tipo Variant, contienen los datos de entrada en forma de rangos en columna.
' la variable coeficientes también es de tipo Variant, y proporciona los coeficientes en rango en columna.
Select Case grado
Case Is = 6
    coef = Array(6, 5, 4, 3, 2)
Case Is = 5
    coef = Array(5, 4, 3, 2)
Case Is = 4
    coef = Array(4, 3, 2)
Case Else
    Debug.Print "ERROR: COEFICIENTE DE AJUSTE NO CONTEMPLADO"
End Select
coeficientes = Application.Transpose(Application.LinEst(y, Application.Power(x, coef), False, False))
End Sub.
```

Como consecuencia de lo expuesto, se propone utilizar los valores numéricos de los coeficientes, obtenidos en la definición del ensayo de auto, para su registro en la Base de Datos de Ensayos del Centro.

Además, la aplicación mencionada, obtiene la representación gráfica, en función del cuadrado de las revoluciones, de los valores medidos y de los ajustados. De esta forma, se puede tener rápidamente una idea muy clara de la bondad de los resultados obtenidos en el ensayo.

También se presenta un nuevo método para la obtención de los valores de las “pérdidas” del ensayo, que aumenta la precisión de la medida y facilita su realización.

Se ha descrito también, un procedimiento alternativo para la realización del ensayo de auto que permite reducir notablemente el tiempo de ejecución.

Las metodologías expuestas han sido validadas a través del análisis de muchos ensayos de autopropulsión, de todo tipo, realizados en el CEHIPAR hasta septiembre de 2021.

AGRACECIMIENTOS

El autor, muy cercana la fecha de su jubilación, quiere agradecer la colaboración de muchas personas, tanto en Delineación, Talleres, Electrónica como en el CRAT, sin cuyo trabajo y esfuerzo este artículo no hubiera podido ser realizado. Entre ellos, especialmente, a Antonio Fabuel, Jose Antonio Cabrejas, Javier Meneses, Juan Carlos de la Rosa, Guillermo Guillén, Pedro Castaño y Félix Millán. También a los jefes de Proyecto que han utilizado la metodología expuesta para analizar los ensayos. En primer lugar, a Jesús Valle, que supo percibir rápidamente la utilidad y validez de estos procedimientos y los utilizó para el análisis de unos ensayos, muy complejos, con un modelo de dos líneas de ejes, con propulsores diferentes en cada una. Posteriormente desarrolló la primera aplicación para el análisis de los ensayos de auto, utilizando los criterios expuestos en este artículo.

Dedicado a Juan y a Chelo.